

Propuesta de umbrales de normalidad basada en las funciones de distribución de las series de datos y análisis de eventos de extremos para las variables meteorológicas: precipitación, número de días con lluvia y las temperaturas mínima, media y máxima

Alexander Martinez Pedraza
Julieta Serna Cuenca

Contenido

1. Introducción	3
2. Datos	4
2.1. Selección de estaciones	4
3. Métodos	7
3.1. Funciones de distribución	7
3.2. Percentiles	9
3.3. Niveles y periodos de retorno de eventos extremos	10
4. Resultados	11
4.1. Precipitación	11
Ajuste de funciones de distribución de probabilidad	11
Umbrales de normalidad	14
Eventos extremos	18
4.2. Número de días con lluvia	21
Ajuste de funciones de distribución de probabilidad	21
Umbrales de normalidad	22
4.3. Temperatura media, mínima y máxima	23
Ajuste de funciones de distribución de probabilidad	23
Umbrales de normalidad	25
Eventos extremos	27
5. Conclusiones	32
6. Recomendaciones	33
7. Anexos	34
8. Referencias	41

1. Introducción.

La variabilidad climática en general, se refiere a las fluctuaciones del clima observadas con respecto a un valor “normal”. Este análisis, parte precisamente de la discusión que gira en torno a la determinación de los umbrales de normalidad de variables meteorológicas; al respecto en (Montealegre, 2009) se expone que “La Normal Climatológica o valor normal, se utiliza para definir y comparar el clima, representando generalmente el valor promedio de una serie continua de mediciones de una variable climatológica durante un período de por lo menos 30 años” (p. 7); no obstante, en (Sánchez et al., 2014) se aclara la expresión “normal” afirmando que “...desde el punto de vista climatológico, denota el estado medio de la atmosfera y desde el punto de matemático, se describe a partir del concepto de valor esperado, que para el caso de distribuciones gaussianas, corresponde al valor promedio, lo cual no ocurre en las distribuciones sesgadas como la precipitación.” (p. 2). En ese trabajo de Sánchez et al.(2014), ya se tiene en cuenta que el uso del promedio como medida de tendencia central, cuando la distribución del fenómeno tiene un sesgo, incurre en una sobreestimación o subestimación del valor “normal”, aunque solo se analiza la precisión de los umbrales de normalidad utilizados por el IDEAM (80% - 120%) y (90% - 110%) los cuales se basan en el índice de precipitación porcentual, que utiliza en su cálculo el promedio multianual. En adición, se comete al error conceptual de afirmar que las series en general rechazaron la hipótesis de igualdad, luego de realizada la prueba de bondad de ajuste a la distribución normal, y que, “este resultado sugiere ser muy cuidadosos al usar los percentiles para determinar los umbrales de normalidad, puesto que estos, están asociados con mayor frecuencia, a series de tiempo que provienen de una distribución normal.” (Sánchez et al., 2014, p. 7), lo cual no es cierto, pues los percentiles son estadísticos de orden que no dependen de ninguna distribución.

En este contexto, el análisis descriptivo sumado al ajuste de funciones de distribución de probabilidad permite establecer las características de los parámetros climáticos, permitiendo incorporar información sobre las fluctuaciones climáticas y la ocurrencia de eventos extremos. El conocimiento de estas características es de gran relevancia, ya que influyen en el desarrollo de las actividades humanas, además de los impactos ambientales producidos por variaciones extremas.

El objetivo de esta investigación es analizar la variabilidad de las variables precipitación, número de días con lluvia, temperatura media, temperatura máxima y temperatura mínima, con el fin de proponer los correspondientes umbrales de normalidad, además, hacer inferencias sobre la ocurrencia de eventos extremos. Con este propósito el análisis se realiza para 1.052 estaciones con información de precipitación y número de días con lluvia, y para 330 estaciones con información de las tres temperaturas (mínima, media y máxima), en las series temporales de cada

uno de los meses calendario¹ y en las series anuales. Adicionalmente, se analizaron las series de cada uno de los trimestres de precipitación. Inicialmente se realiza el ajuste las distribuciones mediante estimación de máximo verosimilitud para las variables en cada una de las escalas temporales y se evalúa la bondad de ajuste de las variables continuas (precipitación y temperaturas) con la prueba de Kolmogorov - Smirnov (KS) y de la variable discreta (número de días con lluvia) con la prueba Chi - Cuadrado, conjuntamente, se calculan las medidas descriptivas. En seguida se proponen los umbrales de normalidad, con base en percentiles y finalmente se presenta el cálculo de los niveles y periodos de retorno ajustando la distribución de valores extremos generalizada (GEV, por sus siglas en inglés).

2. Datos

Para el análisis propuesto se hace uso de series de tiempo mensuales de las variables precipitación, número de días con lluvia, temperatura media, temperatura máxima y temperatura mínima acopiadas en el banco de datos del Sistema de Información Hidrológica y Meteorológica (SISDHIM) del IDEAM. Estas series corresponden a datos registrados en estaciones convencionales de la Red Nacional de Estaciones y con base en ellas se obtienen las series analizadas:

- **Series de los meses:** las series de los mensuales de cada estación se desagregan en doce (12) series dependiendo del mes registrado, por lo tanto, estas series tienen periodicidad anual.
- **Series de los trimestres:** las series mensuales de cada estación son agregadas en grupos de tres (3) meses obteniéndose doce (12) series asociadas a cada trimestre, enero – febrero – marzo (EFM), febrero – marzo – abril (FMA), ..., diciembre – enero – febrero (DEF), por consiguiente, estas series también tienen periodicidad anual.
- **Series anuales:** son las series de los totales de precipitación anual o de los promedios anuales de temperatura.

2.1. Selección de estaciones

Precipitación y número de días con lluvia.

¹ Las **series de los meses calendario** hacen referencia a las series que tienen información solo de un mes específico, por ejemplo: la serie enero contiene la información solo de ese mes en el periodo observado, por lo cual, ellas tienen periodicidad anual, no confundir con las series mensuales cuya periodicidad mensual. En lo que sigue de este texto se referenciarán como series de los meses.

Para la selección de las series de precipitación se hace un filtro de tal manera que estas cumplan los criterios:

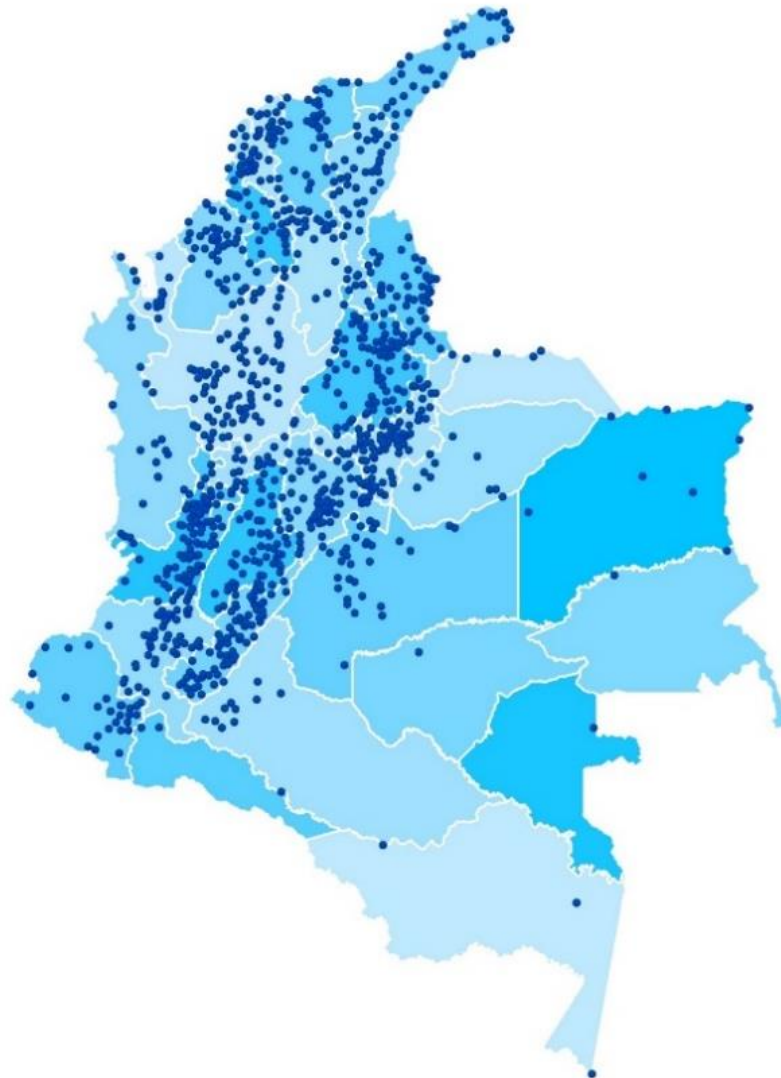
- En las series de los meses tener mínimo 25 datos en el periodo 1981 – 2010 (15% de datos faltantes).
- No rechazar la hipótesis de homogeneidad.

A las 1.404 series que cumplen con el criterio de tener mínimo 25 datos en cada uno de los meses en el periodo 1981 – 2010 se les realiza la prueba de homogeneidad normal estándar (SNHT, por sus siglas en inglés). Las pruebas de homogeneidad se realizan agrupando las series según la localización de la estación correspondiente en las regiones pluviométricamente homogéneas definidas por Guzmán, Ruíz, y Cadena, (2014), quedando distribuidas como se presenta en la Tabla 1, asimismo, dentro de cada grupo se realiza un análisis de clasificación que se hace a la matriz de correlaciones de tal manera que las pruebas de homogeneidad se realizan teniendo en cuenta información de estaciones cercanas y altamente correlacionadas. Finalmente se obtienen 1.052 series de estaciones para el análisis de precipitación, cuya distribución geográfica se muestra en el Mapa 1.

Para la variable número de días con lluvia se usan las series correspondientes a las estaciones seleccionadas para el análisis de la precipitación ya que esta última se utiliza para calcular la primera.

Tabla 1. Distribución de estaciones según las regiones pluviométricamente homogéneas.

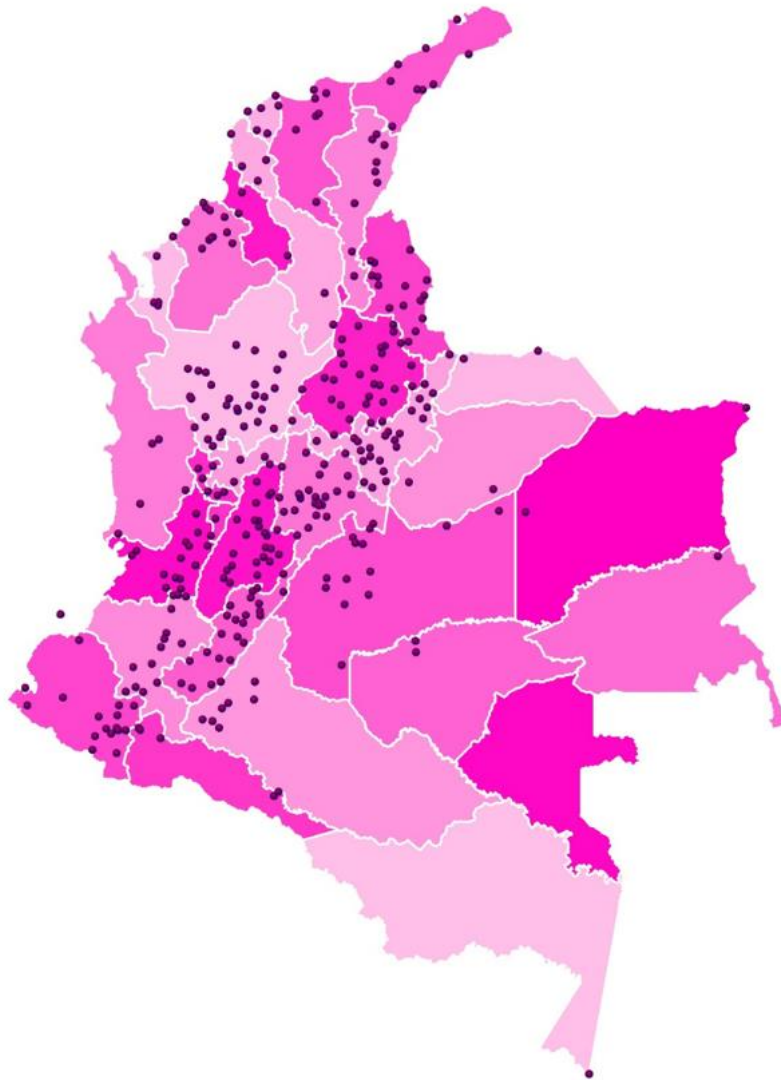
Región pluviométricamente homogénea	No. series
Caribe - Cesar	194
Catatumbo	48
Medellín - Carare - Opón	94
Norte Amazonia	71
Orinoquía Occidental	124
Orinoquía Oriental	9
Pacífico Norte y Central	40
Patía y Mira	11
Risaralda - Saldaña	145
San Andrés	3
Sinú - San Jorge - Porce	172
Sogamoso - Lebrija - Altiplano	231
Sur Magdalena Cauca	255
Trapezio Amazónico	7



Mapa 1. Distribución de las estaciones seleccionadas para el análisis de precipitación y número de días con lluvia.

Temperatura

Para realizar el análisis de las temperaturas máxima, media y mínima, se tomaron las series de las estaciones con información en las tres variables. Teniendo en cuenta que las variaciones de la temperatura en el trópico no son tan marcadas y la escases de estaciones que cumplen la condición de tener información de las tres variables simultáneamente, se tomó como criterio adicional incluir las estaciones que disponen con mínimo 15 datos en las series de los meses en el periodo 1981 – 2010, la distribución espacial de las estaciones seleccionadas se presenta en el Mapa 2, como se observa, el departamento del Vaupés no tiene ninguna estación, por lo cual se agregó la estación 42075010 de nombre Mitú, en total se definen 330 estaciones de referencia para los análisis de temperatura.



Mapa 2. Distribución de las estaciones seleccionadas para el análisis de temperatura máxima, temperatura media y temperatura mínima.

3. Métodos

3.1. Funciones de distribución

Para el ajuste de funciones de distribución se tuvo en cuenta la propuesta de Wilks (2011), donde se presentan las distribuciones más usadas para ajustar a las variables meteorológicas, además, se hizo una revisión de otros trabajos con desarrollos semejantes al que se propone en este trabajo. De esta forma se encontró un mayor interés por analizar las distribuciones de la precipitación dentro de los campos de la agroclimatología, hidrología y prevención de desastres; en

términos de temperatura el interés está más dirigido a los análisis de variabilidad y cambio climático. Al respecto en el Tercer Informe de Evaluación del Panel Intergubernamental Cambio Climático (Hallett, 2002), se hace referencia a las distribuciones de temperatura y precipitación, y esta temática se ha sido seguido desarrollando con trabajos como los presentados por (Husak, Michaelson, y Funk, 2007; Negri, Gollehon, y Aillery, 2005; Silva, Heldwein, Martins, Trentin, y Grimm, 2007; Vergni, Di Lena, Todisco, y Mannocchi, 2017; Worthy, Clarke, y Abkowitz, 2013).

Las funciones de distribución que se ajustan a las variables continuas (precipitación y temperaturas) son la Gamma, Weibull, Normal (Gaussiana), Log-Normal y Exponencial, mientras que a la variable discreta número de días con lluvia se ajustan las distribuciones Poisson, Binomial y Binomial Negativa. Los parámetros asociados a cada función de distribución son estimados mediante el método de máxima verosimilitud.

Para evaluar la bondad de ajuste, cuando la variable es continua se realiza la prueba de Kolmogorov – Smirnov (KS) y cuando la variable es discreta se realiza la prueba Chi – Cuadrado, estas pruebas se describen en (Corzo, 2005), las dos pruebas parten de la hipótesis de igualdad entre la distribución de los datos empíricos y la distribución ajustada, el contraste de las pruebas se da con un nivel de significancia del 5%. En el caso que varias distribuciones teóricas no rechacen la prueba de igualdad con la distribución de los datos empíricos, el criterio para seleccionar la de mejor ajuste es comparar los correspondientes valores p de la prueba, donde el valor mayor está asociado a la distribución que mejor representa los datos.

Como se muestra en la Imagen 3, las funciones de distribución Gamma, Log-Normal y Weibull tienen la versatilidad de poderse ajustar a distribuciones empíricas con sesgo o a distribuciones simétricas, según los valores del parámetro de forma; esta característica las hace apropiadas para poder ajustar la distribución de la precipitación.

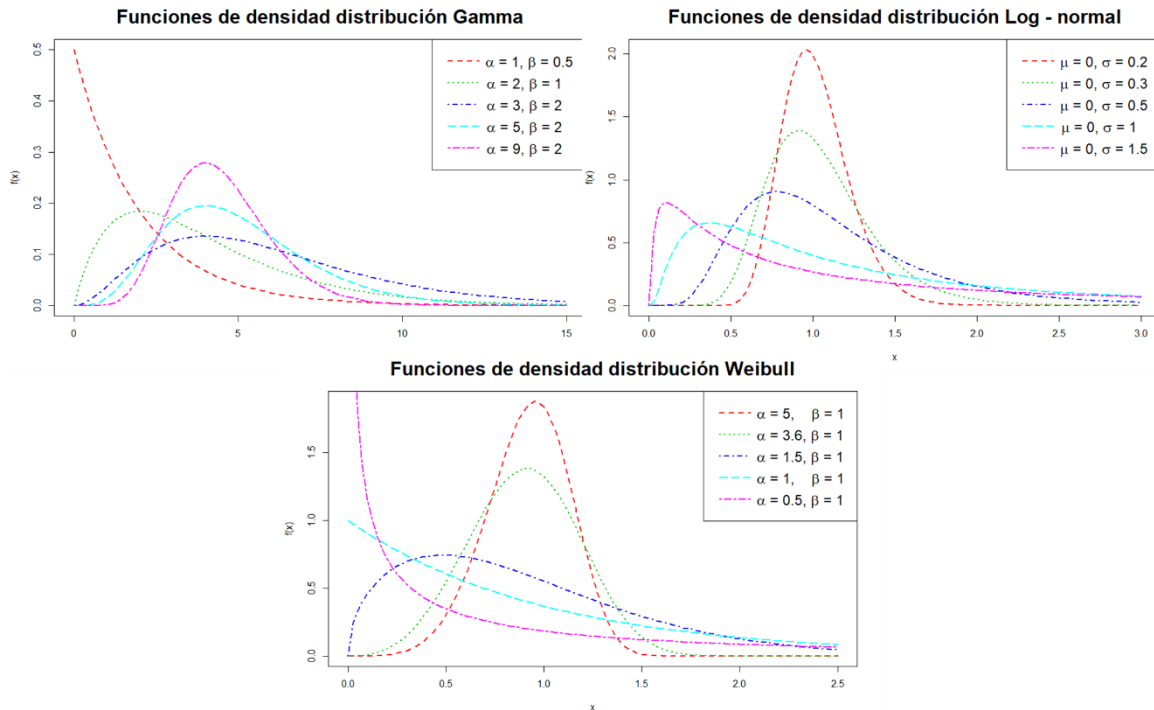


Imagen 1. Funciones de densidad de probabilidad Gamma, Log-Normaly Weibull, las formas de las distribuciones cambian según varían los parámetros de forma.

3.2. Percentiles

Son medidas de posición que permiten establecer la variabilidad de un conjunto de datos, un análisis sobre los percentiles permite proponer categorías climáticas de las variables objeto de estudio. Como se mencionó en la introducción, en el trabajo presentado por Sánchez et al. (2014), no se avanza en la formulación de umbrales de normalidad basados en percentiles para la precipitación dado que la distribución de esta variable se ajusta a la distribución Gamma y según su análisis los percentiles están asociados a la distribución Normal.

Los percentiles para la evaluación del clima son usados en varios servicios meteorológicos nacionales, como los de Estados Unidos y Australia. En la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (NOAA, por sus siglas en inglés) se hace una división de siete (7) categorías con base en los percentiles para las variables precipitación, temperatura mínima, temperatura media y temperatura máxima, como se muestra en la Imagen 2; para las mismas variables, en Australia se usan los deciles para establecer cinco (5) categorías más dos (2) categorías adicionales asociadas a eventos por encima o por debajo de los registros históricos (Imagen 3).

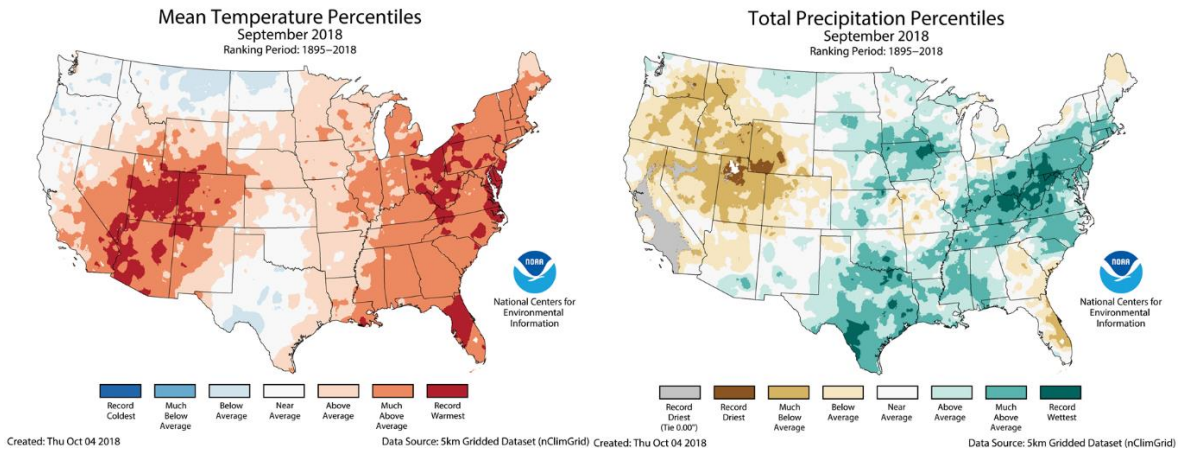


Imagen 2. Evaluación climática de septiembre de 2018 en Estados Unidos para las variables temperatura media y total precipitación según categorías de normalidad basadas en percentiles. Fuente: Assessing the U.S. Climate in September 2018, <https://www.ncei.noaa.gov/news/national-climate-201809>.

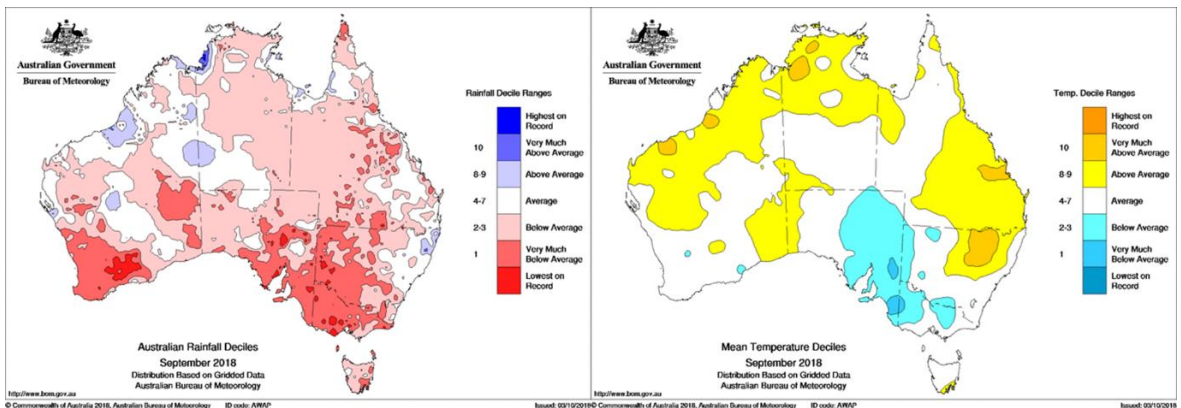


Imagen 3. Evaluación climática de septiembre de 2018 en Australia para las variables temperatura media y total precipitación según categorías de normalidad basadas en percentiles. Fuente: Maps of recent and past conditions, <http://www.bom.gov.au/climate/maps/>.

3.3. Niveles y periodos de retorno de eventos extremos

La investigación de los fenómenos extremos ha tomado una gran relevancia a nivel mundial debido a los aportes realizados por el IPCC a través de los diferentes reportes que se han emitido. En (Jones et al., 2007) se parte de la preocupación del cambio de frecuencia e intensidad de los eventos extremos, como resultado de la influencia humana sobre el clima, igualmente se evidencia el aumento de eventos extremos de temperatura, precipitación y de tormentas tropicales y extratropicales. En el 2012 se publicó el informe especial sobre la gestión de los riesgos de fenómenos meteorológicos extremos y desastres para mejorar la adaptación al cambio climático (IPCC, 2012), donde se plantean la relación entre el cambio climático y los fenómenos extremos, así como los impactos de tales fenómenos y las estrategias para gestionar los riesgos conexos.

En este trabajo, se definen los eventos extremos, como aquellos que están por encima del percentil 95 en el caso de las variables precipitación y temperatura máxima, y por debajo del percentil 5 en el caso de la temperatura mínima.

De esta manera, se realizó el cálculo de los periodos de retorno de los valores de esos percentiles con base en el análisis de valores extremos, concretamente ajustando una Distribución de Valores Extremos Generalizada (GEV, por sus siglas en inglés).

$$G(z) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}$$

Definida en $\left\{z: 1 + \frac{\xi(z - \mu)}{\sigma} > 0\right\}$, donde los parámetros de localización, escala y forma satisfacen, respectivamente, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ y $-\infty < \xi < \infty$.

El análisis de eventos extremos se realiza para las series del total de precipitación mensual y anual, y para las series de promedio mensual y anual de la temperatura máxima y temperatura mínima, además de los periodos de retorno se calculan niveles de retorno.

Niveles de retorno

Son los cuantiles de la distribución de valores extremos generalizada; se notan como Z_p y se obtienen como la inversa de la función de distribución GEV:

$$Z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} [1 - \{\log(1 - p)\}^{-\xi}], & \text{para } \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log\{-\log(1 - p)\}, & \text{para } \xi = 0 \end{cases}$$

De forma que Z_p es el nivel de retorno asociado al periodo de retorno $1/p$, es decir, se espera que el nivel Z_p sea excedido en promedio una vez cada $1/p$ unidades de tiempo. Equivalentemente, Z_p será excedido en una unidad de tiempo con probabilidad p .

4. Resultados

4.1. Precipitación

Ajuste de funciones de distribución de probabilidad

A través del análisis de las funciones de distribución se obtuvo los ajustes para las series de precipitación del periodo 1981 – 2010, asociadas a cada uno de los meses, trimestres y totales anuales. En las series de los meses se observó que los mayores

porcentajes de mejor ajuste están ligados a la distribución Weibull, seguida de la distribución Gamma (ver Tabla 2). Enero es el mes donde Weibull presentó el mayor ajuste, con un 51% del total, mientras que sólo en noviembre la distribución Gamma alcanza a ser mayor en valores absolutos e igual en términos porcentuales; la distribución Exponencial es la de menor desempeño, no obstante, esta es un caso especial de la Gamma, los ajustes de la distribución Normal y Log-Normal varían alrededor del 17% y 19% respectivamente. Se destaca que, de las 12.624 series asociadas a las 1.052 estaciones y a los 12 meses, 12.616 tienen un valor p de la prueba KS mayor al nivel de significancia $\alpha = 0.05$ cuando se ajusta la distribución Weibull, mientras que para la distribución Gamma cumplen la misma desigualdad 12.605 series, los ajustes de la distribución normal también tienen 11.913 donde no se rechaza la hipótesis de igualdad de distribución, sin embargo, gráficamente se puede observar que cuando la distribución empírica es sesgada, el ajuste de la normal subestima la probabilidad de ocurrencia de los valores bajos de precipitación, o de otro lado asigna probabilidades de ocurrencia a valores por debajo de cero.

Los resultados de los ajustes de funciones de distribución dan evidencia para afirmar que el uso del promedio para la estimación de la Normal Climatológica en el caso de la variable precipitación puede implicar estimaciones sesgadas, por lo tanto, se propone el uso de la mediana como estimador del valor Normal, en el

Anexo A se presentan los mapas comparativos de las climatologías mensuales de precipitación usando los dos métodos de estimación.

Tabla 2. Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series de precipitación de los meses calendario.

Mes	Distribución de mejor ajuste				
	Exponencial	Gamma	Log-Normal	Normal	Weibull
Enero	4	26	8	11	51
Febrero	3	30	12	8	46
Marzo	2	24	13	21	40
Abril	0	26	20	19	35
Mayo	0	26	25	20	29
Junio	1	27	23	17	32
Julio	1	26	26	15	31
Agosto	3	27	21	16	32
Septiembre	1	27	24	19	29
Octubre	0	26	21	21	31
Noviembre	0	29	28	14	29
Diciembre	3	26	12	16	43
Total	2	27	19	17	35

En el caso de las series de los trimestres, la distribución predominante es la Log-Normal con mayores porcentajes en los trimestres que van desde marzo-abril-mayo (MAM) hasta octubre-noviembre-diciembre (OND), en los otros trimestres de noviembre-diciembre-enero (NDE) hasta febrero-marzo-abril (FMA) la distribución de mejor ajuste es la Weibull. En estos análisis la distribución Gamma sigue teniendo los segundos mejores porcentajes (ver Tabla 3). Respecto a estos resultados se debe destacar que en la mayoría de los casos las distribuciones Log-Normal ajustadas no tienen diferencias significativas a los ajustes de la distribución Gamma, además, se resalta que, de las 12.624 series de trimestres, no rechazaron la prueba KS de igualdad de distribución en 12.610 para la distribución Gamma y en 12.609 para la distribución Weibull.

Tabla 3 Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series de precipitación de los trimestres.

Trimestre	Distribución de mejor ajuste				
	Exponencial	Gamma	Log-Normal	Normal	Weibull
EFM	1	26	21	16	35
FMA	0	26	26	19	29
MAM	0	25	30	20	25
AMJ	0	25	32	19	24
MJJ	0	23	44	14	19
JJA	0	26	40	13	21
JAS	0	27	35	16	22
ASO	0	23	31	21	25
SON	0	23	36	21	20
OND	0	26	32	18	24
NDE	0	26	24	19	31
DEF	1	28	23	14	33
Total	0	25	31	17	26

Las distribuciones asociadas a los totales de precipitación anual tienen porcentaje de mejor ajuste como se presenta en la Tabla 4, la distribución Log-Normal con 43% y la Gamma con 20% caracterizan a las distribuciones empíricas con sesgo a la derecha, mientras que las distribuciones Weibull con 18% representan a los datos con sesgo a la izquierda y el restante 19% a los que se ajusta la distribución Normal corresponde a las distribuciones simétricas.

Tabla 4. Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series total anual de precipitación.

Distribución de mejor ajuste			
Gamma	Log-Normal	Normal	Weibull
20	43	19	18

Umbrales de normalidad

Los umbrales de normalidad que se usan en el IDEAM para la variable precipitación toman como referencia el índice de precipitación, para el caso de los meses este se define de la siguiente manera:

$$I.PPT = \frac{x_i}{\bar{X}_i}, \quad i = 1, \dots, 12$$

Donde

- x_i Total de precipitación registrado en el mes i .
- \bar{X}_i Promedio multianual del mes i .

Existen dos cálculos de intervalos de normalidad en la Subdirección de Meteorología llamados “80 - 120” y “90 - 110” que se construyen de la siguiente manera

$$Intervalo_{80-120}(i) = [0.8 * \bar{X}_i, 1.2 * \bar{X}_i]$$

$$Intervalo_{90-110}(i) = [0.9 * \bar{X}_i, 1.1 * \bar{X}_i]$$

Donde $i = 1, \dots, 12$ son los meses del año, \bar{X}_i es el promedio multianual del mes i , $Intervalo_{80-120}(i)$ es el intervalo de normalidad “80 - 120” del mes i , y $Intervalo_{90-110}(i)$ es el intervalo de normalidad “90 - 110” del mes i , no obstante, en el trabajo presentado por Sánchez et al., (2014) se recomienda “Abandonar el uso del intervalo 90% - 110% y continuar utilizando provisionalmente el umbral 80% - 120% como intervalo de normalidad, el cual se ajusta muy bien a valores anuales” (p. 11).

En general la precipitación total se categoriza en los mapas que se publican en el IDEAM de la siguiente manera:

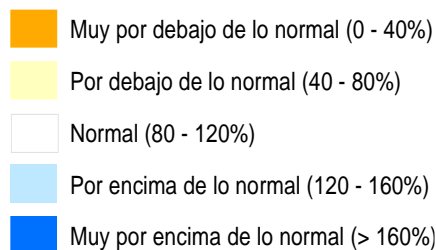


Imagen 4. Categorías de precipitación total.

Estos intervalos resultan de tomar como referencia el promedio multianual y mediante porcentajes alrededor de este valor, se evalúa si la precipitación total del periodo estuvo dentro de lo normal o no. Esta metodología que determina actualmente las categorías de precipitación carece de rigurosidad estadística, puesto que solo tiene en cuenta el valor central, estimado mediante el promedio aritmético, medida que no es apropiada para la variable precipitación, debido a la naturaleza sesgada de su distribución; sumado a esto, se ignora la dispersión de las series analizadas.

A continuación, se muestra un ejemplo de la debilidad en la metodología porcentual mencionada anteriormente.

Se toman cuatro series con un promedio semejante pero con desviaciones estándar de magnitudes diferentes – dos con desviaciones bajas y dos con desviaciones altas -, al realizar el cálculo del intervalo de normalidad “80% - 120%” se puede observar en la Tabla 5, que los límites de los intervalos (columnas u_80 y u_120) tienen valores similares para las cuatro estaciones, sin embargo, si se tiene en cuenta la distribución de los datos con base en los percentiles, se evidencia que los límites de los intervalos son más “amplios” cuando la desviación estándar es menor. Por lo tanto, se puede afirmar que para los dos primeros casos hay mayor probabilidad que el valor observado esté dentro de la normalidad, en comparación con los valores observados en los casos de mayor desviación estándar.

Tabla 5. Intervalos de normalidad - percentiles.

Codigo	mes	n	media	sd	u_80	u_120	min	P01	P05	P25	P33	P40	mediana	P60	P66	P75	P95	P99	max
35020390	8	30	161,95	37,94	130	194	85,00	90,86	111,73	134,73	143,93	151,70	165,05	169,34	171,33	175,40	234,43	251,74	256,70
21055020	4	30	168,81	38,20	135	203	114,00	114,09	118,49	138,78	143,97	147,94	159,25	177,02	187,13	193,25	234,99	251,00	253,90
29060080	9	30	164,27	160,00	131	197	0,00	1,82	7,18	34,00	63,30	76,14	108,00	150,46	182,00	259,50	492,90	511,70	514,40
15065050	11	30	165,04	164,27	132	198	5,00	7,77	15,54	65,50	78,73	90,64	93,20	122,00	148,47	193,50	529,92	586,54	603,70

Dado el análisis anterior y aprovechando que previamente se han ajustado funciones de distribución de probabilidad a cada serie, se procede a realizar el cálculo de la probabilidad acumulada hasta cada uno de los límites de intervalos en los cuatro casos analizados, esto es equivalente a hacer una estimación de los percentiles asociados a los límites. En la Tabla 6 las estimaciones se presentan en las columnas P_u_80 y P_u_120 donde se confirma nuevamente, que los percentiles estimados correspondientes a cada límite son diferentes dependiendo de la desviación estándar.

Tabla 6. Intervalos de normalidad - probabilidades

Codigo	mes	Distribución	Param. 1	Param. 2	u_80	u_120	P_u_80	P_u_120	Dif. Percentiles
35020390	8	Gamma	18,933	0,1169	130	194	20	81	62
21055020	4	Lognormal	5,1048	0,2176	135	203	18	83	65
29060080	9	Gamma	1,0155	0,006	131	197	54	69	15
15065050	11	Exponencial	0,0061		132	198	55	70	15

En los histogramas de la Imagen 5, se observa lo percibido en los análisis previos, las distribuciones de las dos primeras series tienen un comportamiento simétrico mientras las dos últimas tienen distribución sesgada.

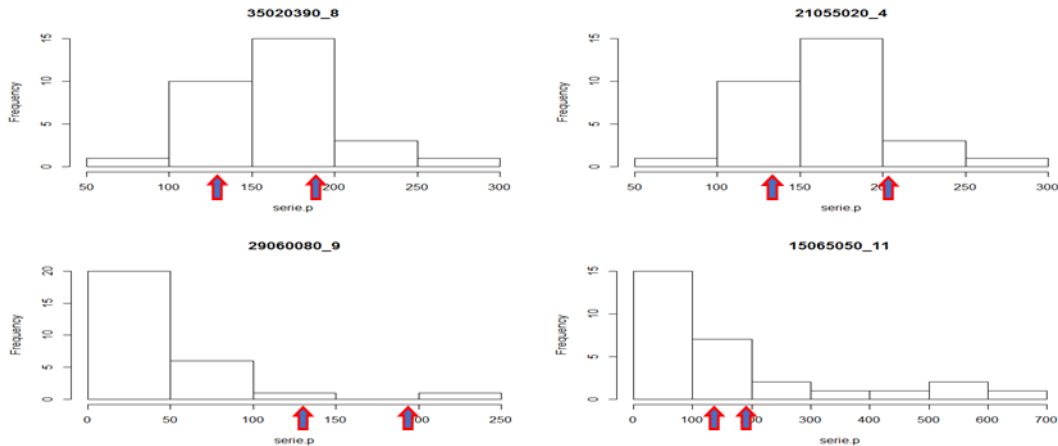


Imagen 5. Histogramas - intervalos de normalidad (Las flechas indican los límites del intervalo de normalidad).

Por lo anterior, surgió la necesidad de proponer una categorización de los totales de precipitación, teniendo en cuenta la variabilidad de cada estación en las diferentes escalas temporales evaluadas, en este paso se toma la decisión de enfocar la categorización con base en la información de los percentiles de cada serie.

- **Análisis de percentiles**

Partiendo de la metodología que usa porcentajes para categorizar el total de precipitación, se inicia realizando el cálculo de los porcentajes con respecto a la media y a la mediana de diferentes percentiles de referencia, con el fin de evidenciar las diferencias que resultan al usar como referencia climática estas dos medidas de tendencia central.

Para tener una visión general de cómo se comportan los porcentajes con respecto a la media y a la mediana, se realiza un promedio de los porcentajes asociados a cada percentil de referencia en cada serie de las diferentes escalas temporales analizadas, los resultados se muestran en la Tabla 7.

Si se tienen en cuenta las categorías de precipitación actuales basadas en porcentajes (Imagen 4), las categorías que le corresponden en percentiles tomando como referencia la Tabla 7 serían las que se presentan en la Tabla 8. Dependiendo si utiliza la climatología de referencia con la media o la mediana, se evidencia que no es apropiado usar la misma categorización vía porcentajes de la normal climatológica para los casos mensuales, trimestrales y anuales, ya que como se ve en la Tabla 8 los porcentajes no captan de la misma forma la variabilidad del fenómeno en las tres escalas temporales, mientras que para la escala mensual el intervalo de normalidad con respecto a la media varía entre los percentiles 40 y 70, es decir, en términos de percentiles tiene una amplitud de 30, en la escala trimestral tiene una amplitud de 43 y en la escala anual una amplitud de 69.

Tabla 7. Promedios de los porcentajes de percentiles de referencia en la precipitación total.

	Meses		Trimestres		Años	
	Porcentaje de la media (%)	Porcentaje de la mediana (%)	Porcentaje de la media (%)	Porcentaje de la mediana (%)	Porcentaje de la media (%)	Porcentaje de la mediana (%)
min	20	21	40	41	62	63
P01	22	24	42	44	64	65
P05	30	33	51	53	71	72
P10	38	42	58	61	76	77
P16	46	51	65	68	80	82
P20	51	57	69	72	83	84
P25	57	64	73	77	86	87
P33	67	75	81	85	90	92
P40	74	84	86	91	93	95
mediana	87	100	95	100	98	100
P60	100	122	104	111	103	105
P66	111	140	110	120	107	109
P75	127	168	120	132	112	115
P80	140	189	128	141	116	119
P84	151	210	134	150	119	122
P90	175	253	147	167	126	130
P95	209	308	165	190	135	139
P99	266	404	193	229	150	154
max	284	433	201	241	154	159
Límite inferior del IC (95%) de la media	76	NA	85	NA	92	NA
Límite sup. del IC (95%) de la media	124	NA	115	NA	108	NA
Límite inferior del IC (95%) de la mediana	NA	96	NA	91	NA	93
Límite sup. del IC (95%) de la mediana	NA	188	NA	130	NA	110

Tabla 8. Intervalos aproximados teniendo en cuenta los promedios de porcentajes de percentiles.

		Muy por debajo de lo normal	Por debajo de lo normal	Normal	Por encima de lo normal	Muy por encima de lo normal
Mes	Respecto a la media	< P10	P10 - P40	P40 - P70	P70 - P90	> P90
	Respecto a la mediana	< P10	P10 - P40	P40 - P60	P60 - P75	> P75
Trimestre	Respecto a la media	< min	min - P32	P32 - P75	P75 - P95	> P95
	Respecto a la mediana	< min	min - P20	P20 - P66	P66 - P90	> P90
Año	Respecto a la media	< min	min - P16	P16 - P85	P85 - max	> max
	Respecto a la mediana	< min	min - P15	P15 - P80	P80 - max	> max

Partiendo de las consideraciones anteriores y que la distribución de la precipitación en general presenta sesgo, se propone una categorización donde el punto medio del intervalo de normalidad sea la mediana y la amplitud de los intervalos esté basada en los percentiles.

Las categorías de precipitación total propuestas son:

Tabla 9. Propuestas de intervalos simétricos alrededor de la mediana, con base en percentiles.

Muy por debajo de lo normal	Por debajo de lo normal	Normal	Por encima de lo normal	Muy por encima de lo normal
< P20	P20 - P40	P40 - P60	P60 - P80	> P80
$PPT < 20$	$P20 \leq PPT < P40$	$P40 \leq PPT \leq P60$	$P60 < PPT \leq P80$	$PPT > 80$

Eventos extremos

Los análisis de extremos se realizaron a las series de los totales mensuales y de los totales anuales de precipitación en el periodo 1981 - 2010, para los periodos de retorno se toma como referencia los valores del percentil 95 y los niveles de retorno se presentan con base en un periodo de 50 años.

- **Meses**

Teniendo en cuenta que el régimen de precipitación varía espacial y temporalmente, se hace una comparación de la distribución espacial de los valores del percentil 95 con la distribución espacial de los valores multianuales, encontrando una alta correlación, en la Imagen 6, se observa que las precipitaciones extremas se dan con mayor magnitud en los meses con régimen de precipitación más alto, y también que las magnitudes dependen de las características climáticas del lugar.

Por lo antes expuesto, en la Imagen 7 se presentan los periodos de retorno del percentil 95. Se destaca que los eventos extremos de magnitudes bajas tienen poca probabilidad de volver a ocurrir con periodos esperados mayores a 50 años, mientras que los extremos en las regiones y meses de mayor precipitación tienen mayor probabilidad de ocurrencia en el periodo de 0 a 20 años, esto quiere decir que los eventos catalogados como extremos se estarán presentando con mayor probabilidad antes del año 2.030.

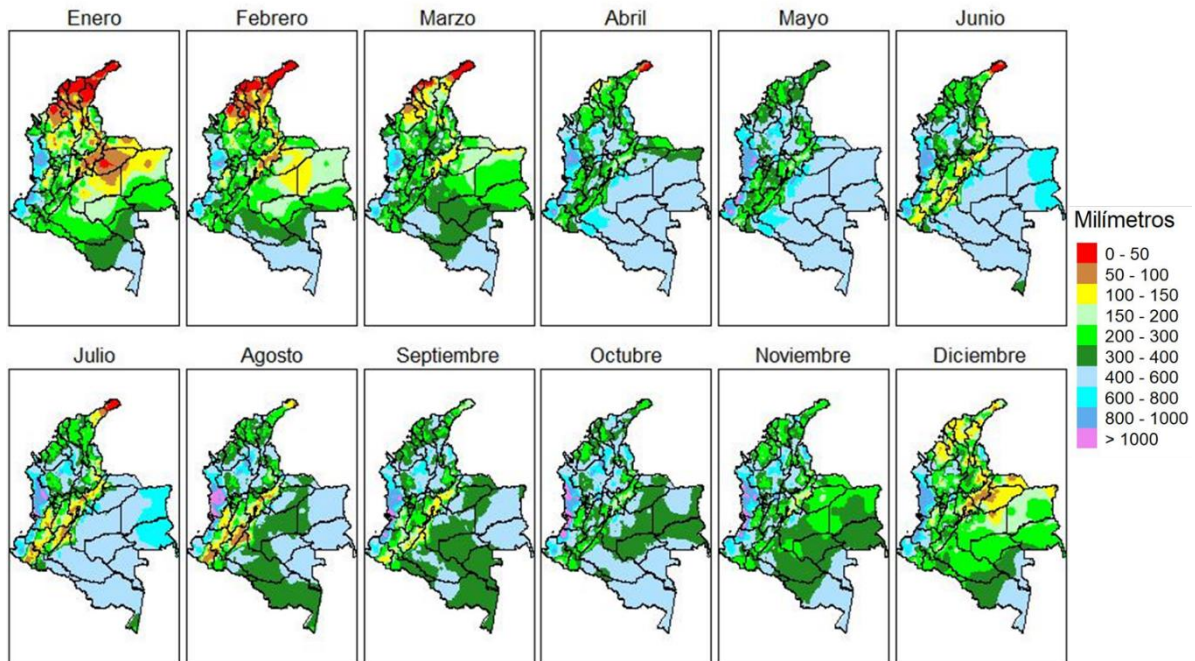


Imagen 6. Mapas del percentil 95 de cada mes.

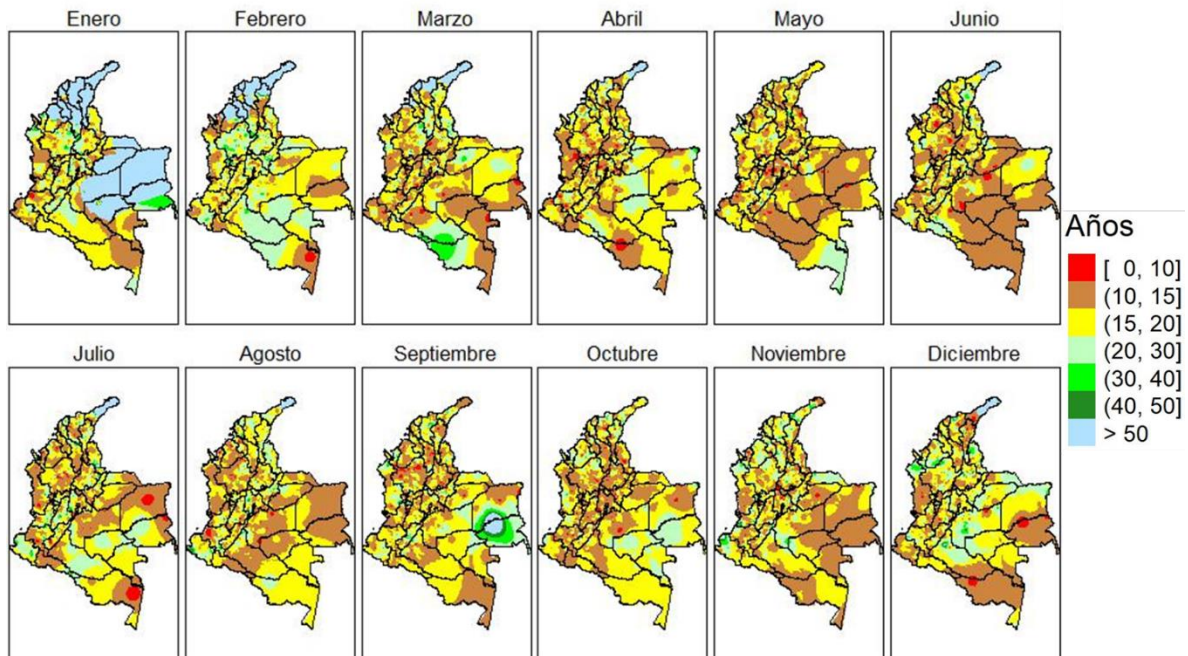


Imagen 7. Mapas de periodos de retorno del percentil 95.

Las proyecciones de los niveles de retorno en un periodo de 50 años se presentan en la Imagen 8, se espera que en ese tiempo se presenten eventos extremos mayores a 1.000 mm especialmente en la región Pacífica, además, en enero entre los departamentos de Meta y Guaviare se proyecta una ocurrencia atípica de gran

magnitud con respecto a los valores normales de esa región en ese mes, hay que tener precaución con el uso de ese último resultado o hacer el análisis de extremos específicamente para ese caso. En las regiones Orinoquía y Amazonia en general, existe la probabilidad de presentar acumulados de precipitación mensual de hasta 800 mm, lo mismo que en la región Caribe, especialmente en los meses mayo.

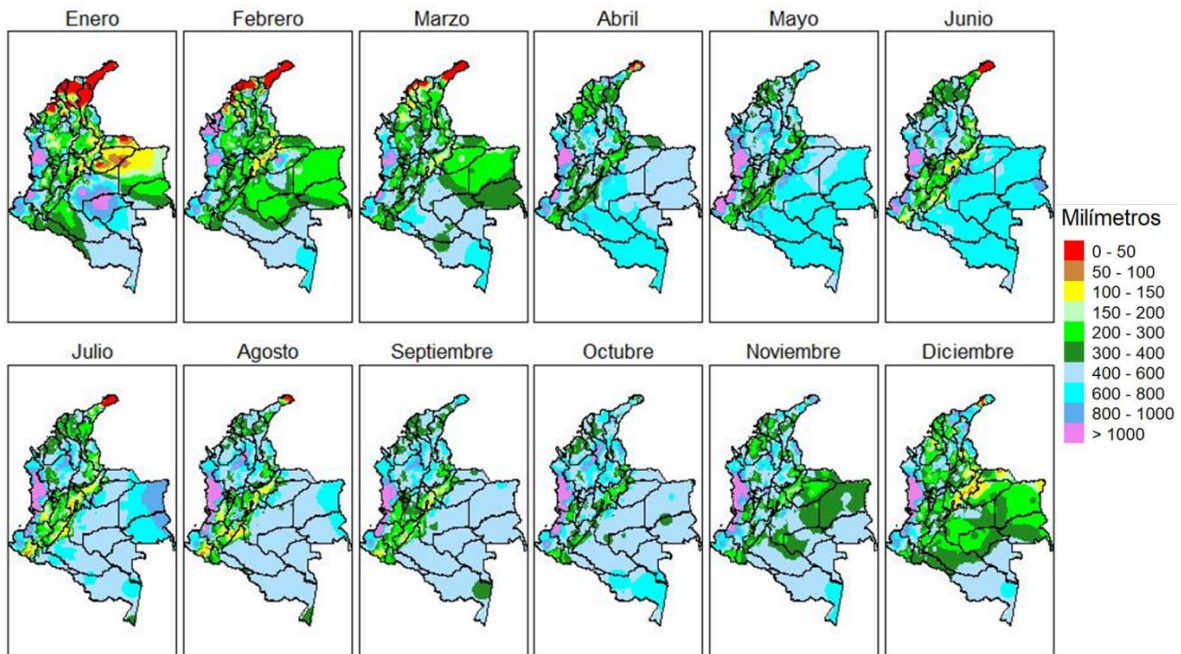


Imagen 8. Niveles de retorno para 50 años.

- **Años**

En términos de total de precipitación anual, la distribución de los valores del percentil 95 tienen una distribución espacial semejante a la distribución de los valores climatológicos; los periodos de retorno asociados a esos valores extremos muestran regiones donde la probabilidad de ocurrencia es alta en la década 2.011 – 2.020 (Imagen 9, centro), mientras que para el primer quinquenio de la década siguiente, se espera que se registren años con totales por encima del percentil 95 en la región Andina, sur de la región Caribe y gran parte de la Orinoquía, la probabilidad de que los periodos de retorno estén por encima de 20 años es muy baja. En cuanto a los niveles de retorno del periodo de 50 años, los valores superan a los registros del percentil 99.

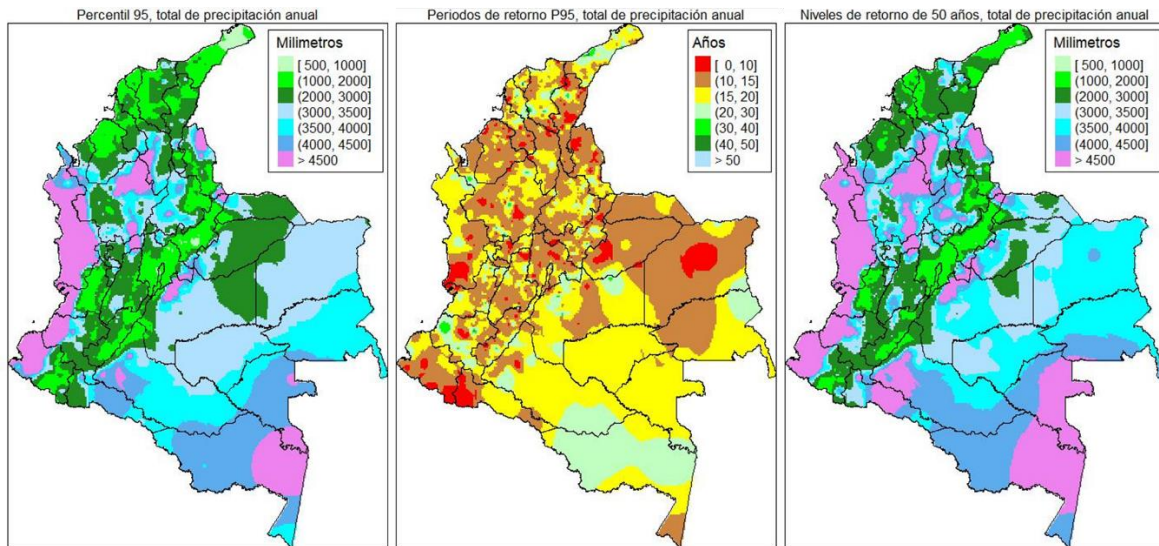


Imagen 9. Mapas de percentil 95 (izquierda), periodos de retorno de percentil 95 (centro) y niveles de retorno para 50 años (derecha).

4.2. Número de días con lluvia

Ajuste de funciones de distribución de probabilidad

Para esta variable se usaron las mismas estaciones definidas en el análisis de precipitación, pero sólo se analizan las series de los meses. Como esta variable presenta una naturaleza discreta, las comparaciones de mejor ajuste se realizaron entre las funciones de distribución que corresponden: Poisson, Binomial y Binomial Negativa, obteniendo como resultado que el mejor ajuste se da con la función de distribución Binomial Negativa. Los resultados de los porcentajes de ajuste se presentan en la Tabla 10. Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series de días con lluvia de los meses calendario., de otro lado para la Binomial Negativa la prueba de bondad de ajuste Chi – cuadrado no se rechaza para 10.625 series de las 12.624, por lo tanto, se puede catalogar a esa distribución como la que mejor representa a la variable número de días con lluvia.

También se ajustó la aproximación discreta de la normal para evaluar la simetría de las distribuciones empíricas, resultando que 9.830 series no rechazaron la hipótesis de igualdad de distribución, por lo tanto, se puede suponer un comportamiento simétrico alrededor de la mediana.

Tabla 10. Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series de días con lluvia de los meses calendario.

Mes	Distribución de mejor ajuste			
	Binomial	Binomial Negativa	Poisson	Sin ajuste
Enero	3	78	8	11
Febrero	4	75	13	8
Marzo	9	54	28	10
Abril	28	26	36	9
Mayo	33	24	36	7
Junio	19	46	23	13
Julio	17	44	29	10
Agosto	15	51	22	11
Septiembre	26	31	36	7
Octubre	23	29	37	10
Noviembre	19	34	38	9
Diciembre	3	69	19	9
Total	17	47	27	10

Umbral de normalidad

Actualmente los umbrales de normalidad de esta variable usados en el IDEAM se presentan en el “Boletín Climatológico Mensual” como se muestra en la Imagen 10, no obstante, esta categorización no tiene ningún soporte metodológico razón por la cual se hace el análisis en este trabajo.

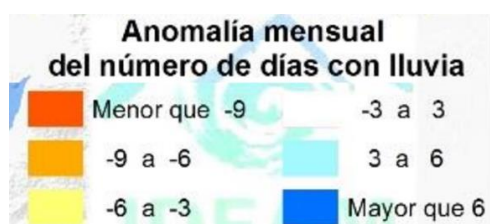


Imagen 10. Categorías de anomalías de días con lluvia.

Se realizó un análisis exploratorio con base en los percentiles de cada serie de estudio. Los valores de los percentiles fueron estimados teniendo en cuenta la naturaleza discreta de los datos, se calcularon las anomalías con respecto a la media y la mediana, y se calculó el promedio de las anomalías asociadas a cada percentil de referencia, para visualizar un comportamiento global, los resultados se presentan en la Tabla 11.

Tabla 11. Promedios de las anomalías de número de días con lluvia en los percentiles de referencia.

	No. Días Lluvia	
	Diferencia de la media	Diferencia de la mediana
min	-7	-7
P01	-7	-7
P05	-6	-6
P16	-4	-4
P25	-3	-2
P33	-2	-2
P40	-1	-1
mediana	0	0
P60	1	1
P66	1	2
P75	3	3
P84	4	4
P95	6	7
P99	8	9
max	8	9

En la Tabla 11, se observa la naturaleza simétrica de los datos, confirmando los resultados obtenidos en las pruebas de bondad de ajuste sobre las series de esta variable, puesto que se presentó buen ajuste de la aproximación discreta de la distribución normal. Dada la relación que tienen las variables precipitación y número de días con lluvia, se propuso mantener el mismo número de rangos; de esta manera la categorización de las anomalías de número de días con lluvia queda planteada de la siguiente manera.

Tabla 12. Propuesta de intervalos de Número de días con lluvia con base en percentiles.

≤ -7	$[-6, -3]$	$[-2, 2]$	$[3, 6]$	≥ 7

4.3. Temperatura media, mínima y máxima

Ajuste de funciones de distribución de probabilidad

En análisis previos se evidenció que las diferencias entre los ajustes de las distribuciones Log-Normal y Normal no son significativas para las tres variables de temperatura, por lo tanto, se hizo la comparación de mejor ajuste entre las funciones de distribución Normal y Weibull; estas últimas evidencian la existencia de colas pesadas debidas a eventos extremos.

Los porcentajes de mejor ajuste de las series asociadas a los meses se presentan en la Tabla 13. Se destacan los valores del ajuste de la distribución Weibull en el caso de la temperatura mínima, lo cual implica asimetrías y da validez al análisis de valores extremos que se presentará posteriormente. Las variables temperatura

media y temperatura máxima, tienen predominancia de ajuste a la distribución normal, de hecho, de las 3.960 series de análisis, solo rechazaron la hipótesis de igualdad de distribución cuatro (4) para la temperatura media y tres (3) para la temperatura máxima; no obstante, los porcentajes con ajuste a la distribución Weibull no deben ser despreciados.

Tabla 13. Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series de temperatura media, mínima y máxima de los meses calendario.

Mes	Distribución de mejor ajuste					
	Tmin		Tmed		Tmax	
	Normal	Weibull	Normal	Weibull	Normal	Weibull
Enero	58	42	85	15	84	16
Febrero	57	43	80	19	70	30
Marzo	54	46	82	18	77	23
Abril	48	52	82	18	78	22
Mayo	47	52	70	30	77	23
Junio	44	55	71	29	74	26
Julio	44	55	74	26	72	28
Agosto	48	52	68	32	69	31
Septiembre	47	53	62	38	72	28
Octubre	41	58	80	20	82	18
Noviembre	42	58	76	23	77	23
Diciembre	51	49	83	17	89	11
Total	48	51	76	24	77	23

Los resultados de los ajustes a las series de promedio anual se presentan en la Tabla 14, los porcentajes no varían mucho con respecto a los totales de las series de los promedios mensuales. En general, se puede afirmar que los promedios anuales de las temperaturas se distribuyen normal, ya que ninguna serie de temperatura media rechaza la hipótesis de igualdad de distribución, una (1) la rechaza para temperatura máxima y seis (6) para temperatura mínima.

Tabla 14. Porcentaje de mejor ajuste de las funciones de distribución en las series promedio anual de en las series de temperatura media, mínima y máxima.

Variable	Distribución de mejor ajuste	
	Normal	Weibull
Tmin	49	50
Tmed	73	27
Tmax	74	26

Umbrales de normalidad

Los umbrales oficiales de temperatura del IDEAM, utilizan como referencia las anomalías de temperaturas que se categorizan de la siguiente manera:

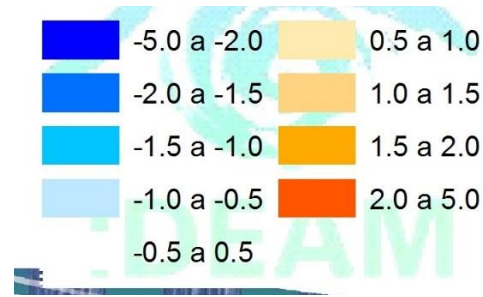


Imagen 11. Categorías de anomalías de temperatura.

En este caso, las categorías tienen como amplitud los intervalos de anomalía absoluta, desconociendo las características climáticas de cada estación - en cada mes -, configurándose como un método poco apropiado para determinar los diferentes niveles de las anomalías de temperatura, además, que esta categorización es utilizada para las temperaturas mínima, media y máxima, ignorando las diferencias en la variabilidad que tienen estas variables.

- **Análisis de percentiles**

Se decidió realizar un análisis exploratorio con los percentiles de las anomalías, con el objetivo de plantear un comportamiento general de las anomalías con respecto a la media y a la mediana de las series de los meses. Como en los casos anteriores, se toma el promedio de las anomalías asociadas a cada percentil de referencia de las tres variables de temperatura, los cuales se presentan en la Tabla 15.

En la Tabla 15 también se observan los valores estimados de los intervalos de confianza del 95% para la media y la mediana, donde en la mayoría de los casos los límites de los intervalos coinciden o están cercanos a los percentiles 33 y 66, este hallazgo permite afirmar que el intervalo de normalidad puede estar asociado a esos dos percentiles.

Tabla 15. Promedios de las anomalías de temperatura en los percentiles de referencia

	Tmin		Tmed		Tmax	
	Dif media	Dif mediana	Dif media	Dif mediana	Dif media	Dif mediana
min	-1,85	-1,91	-1,25	-1,23	-1,56	-1,52
P01	-1,71	-1,78	-1,17	-1,15	-1,48	-1,44
P05	-1,23	-1,30	-0,92	-0,90	-1,20	-1,16
P10	-0,91	-0,98	-0,75	-0,72	-0,99	-0,95
P16	-0,67	-0,74	-0,59	-0,57	-0,80	-0,76
P25	-0,41	-0,47	-0,42	-0,39	-0,56	-0,52
P33	-0,22	-0,29	-0,28	-0,25	-0,38	-0,33
P40	-0,10	-0,17	-0,17	-0,15	-0,24	-0,20
mediana	0,07	0,00	-0,02	0,00	-0,04	0,00
P60	0,23	0,16	0,14	0,16	0,16	0,21
P66	0,34	0,27	0,25	0,27	0,31	0,35
P75	0,49	0,42	0,39	0,41	0,51	0,56
P84	0,67	0,60	0,59	0,61	0,78	0,83
P90	0,83	0,76	0,77	0,79	1,03	1,07
P95	1,03	0,96	0,98	1,00	1,32	1,37
P99	1,30	1,23	1,29	1,31	1,74	1,78
max	1,37	1,31	1,38	1,40	1,85	1,89
Límite inferior del IC (95%) de la media	-0,33	NA	-0,25	NA	-0,37	NA
Límite sup. del IC (95%) de la media	0,33	NA	0,25	NA	0,37	NA
Límite inferior del IC (95%) de la mediana	NA	-0,37	NA	-0,25	NA	-0,35
Límite sup. del IC (95%) de la mediana	NA	0,28	NA	0,27	NA	0,41

Considerando que, en el análisis de bondad de ajuste para las tres variables, un alto porcentaje de las series de datos se ajustaron a la distribución normal, se asume este tipo distribución para definir los intervalos de temperatura. En la Imagen 12, se muestran las diferentes escalas de la distribución normal y en la Tabla 16 se observa la definición de los intervalos propuestos, donde los niveles primero y último corresponden a los valores extremos.

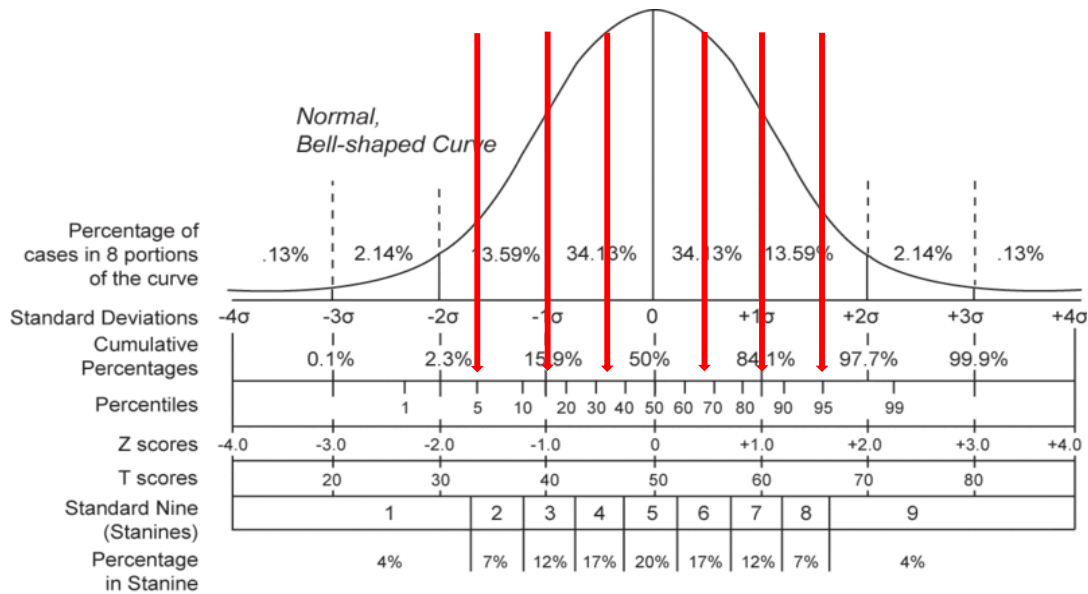


Imagen 12. Escalas de la distribución normal. Fuente: http://exoplanet.as.arizona.edu/~lclose/a302/lecture3/800px-Normal_distribution_and_scales.gif

Tabla 16. Propuesta de intervalos de Temperatura con base en percentiles.

< P05	P05 - P16	P16 - P33	P33 - P66	P66 - P84	P84 - P95	> P95
$T < P05$	$P05 \leq T < P16$	$P16 \leq T < P33$	$P33 \leq T \leq P66$	$P66 < T \leq P84$	$P84 < T \leq P95$	$T > P95$

Eventos extremos

El análisis de eventos extremos de temperatura se enfoca en los registros de temperatura mínima y temperatura máxima, por lo tanto, se evalúan los periodos de retorno de los niveles del percentil 95 de la temperatura máxima y del percentil 5 de la temperatura mínima, en ambos casos también se obtienen los niveles de retorno asociados a un periodo de 50 años empezando desde el 2.011, los análisis se hacen para los meses y para los años.

- **Temperatura máxima**

Dada la relación de la temperatura con la altitud, los niveles eventos extremos de cada región dependen de su geografía, por lo cual, se observa que la distribución geográfica de los valores extremos registrados (Imagen 13), es semejante a la distribución del valor normal de esta variable.

Al identificar las ubicaciones donde se presentan eventos extremos de magnitudes severas, conviene priorizar los lugares donde la probabilidad de ocurrencia es mayor; en la Imagen 14 se muestran áreas donde se espera que esos fenómenos se presenten en la primera década (2011 – 2.020), además, en la mayoría del

territorio se espera que en el quinquenio (2.021 – 2.025) se hayan registrado nuevamente los eventos atípicos.

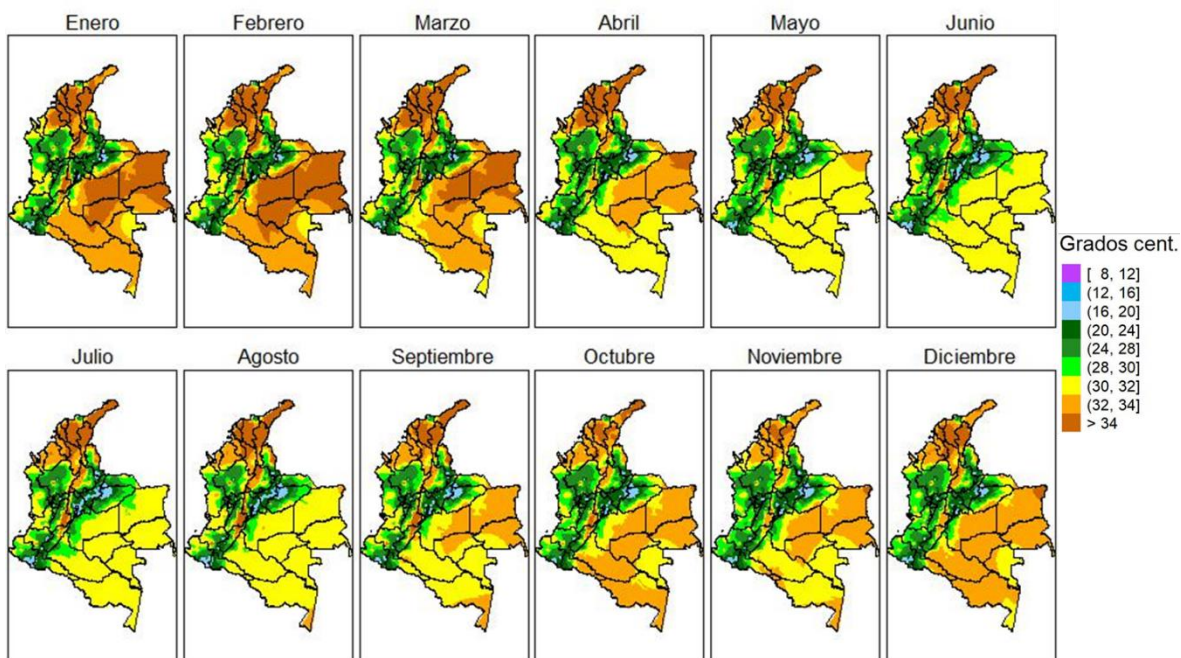


Imagen 13. Mapas del percentil 95 de temperatura máxima de cada mes.

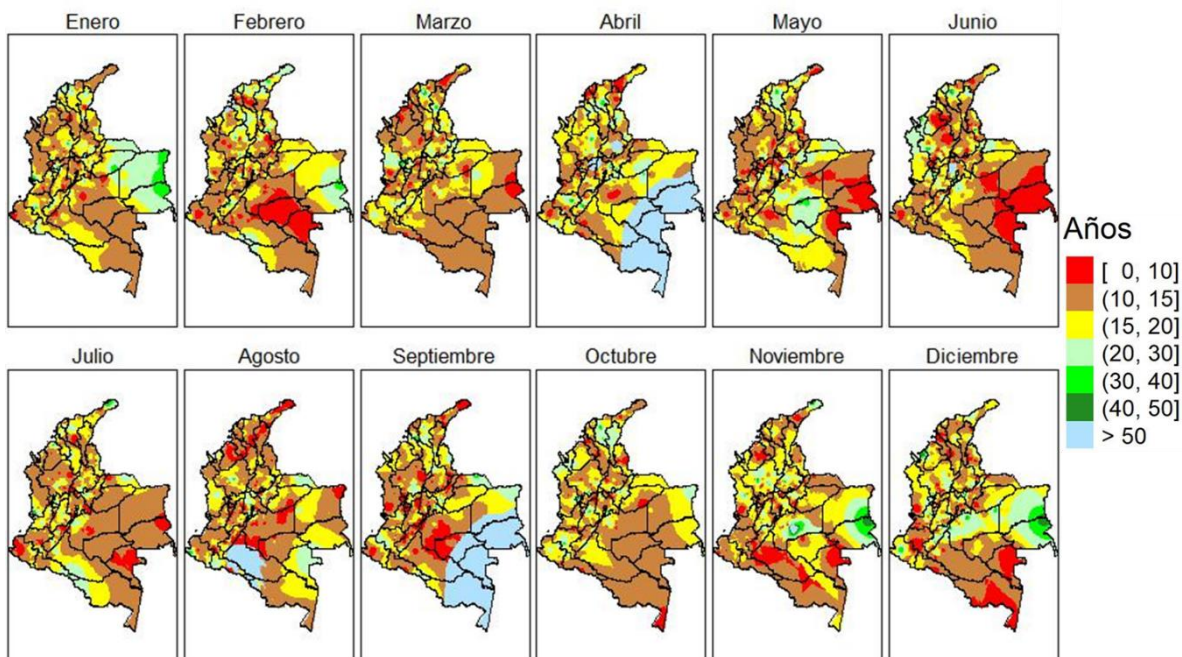


Imagen 14. Mapas de periodos de retorno del percentil 95 de temperatura máxima según mes.

Los niveles de retorno esperados de los extremos de temperatura máxima en el periodo 2.011 – 2.060, superan en gran porcentaje los registros máximos actuales.

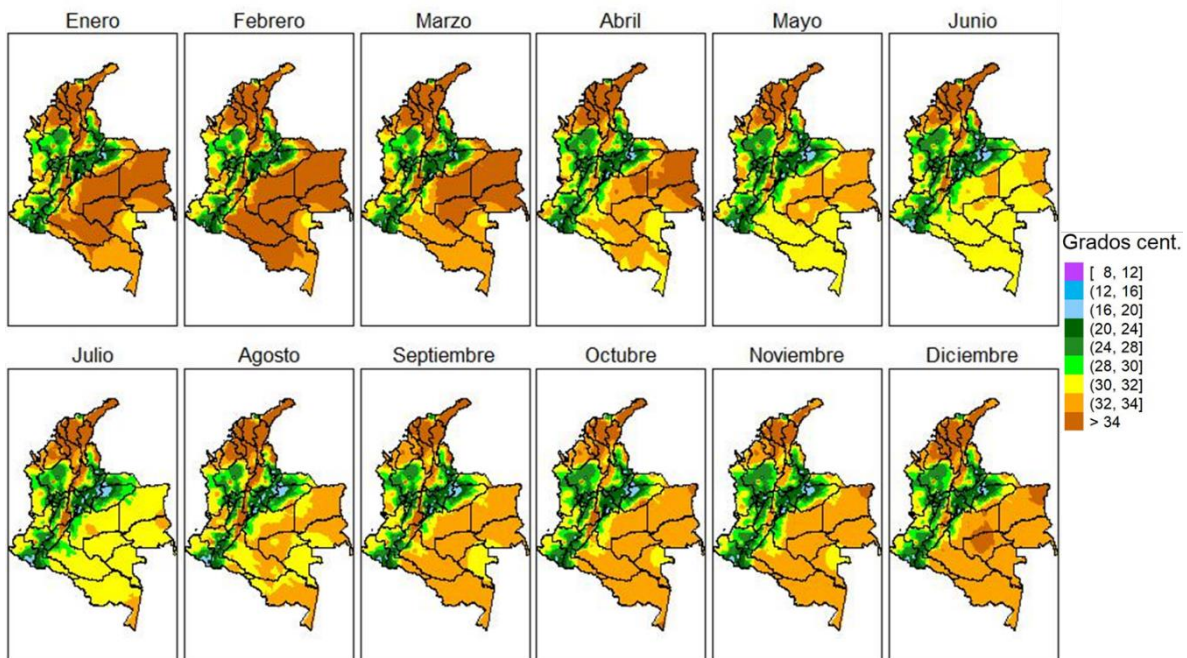


Imagen 15. Niveles de retorno, eventos extremos de temperatura máxima para 50 años.

En los resultados del análisis de eventos extremos del promedio anual de temperatura máxima, se resalta la mayor probabilidad de ocurrencia de años más calurosos de lo normal en la primera década de proyección en el oriente de del país y en la península de la Guajira, mientras que en la zona de la sierra nevada de Santa Marta se espera que los años con temperaturas máximas extremas ocurran con menor probabilidad.

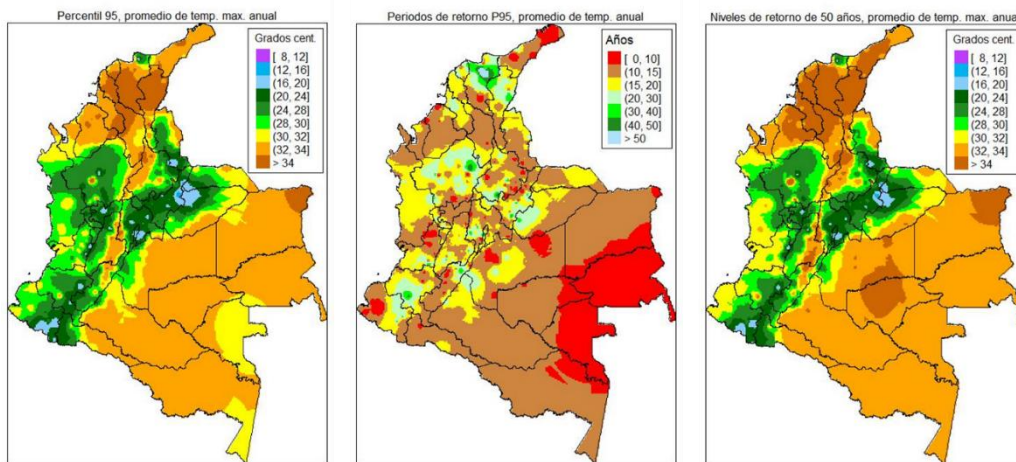


Imagen 16. Mapas de percentil 95 (izquierda), periodos de retorno de percentil 95 (centro) y niveles de retorno para 50 años (derecha), temperatura máxima.

- **Temperatura mínima**

Los eventos extremos de temperatura mínima se asocian a los valores del percentil cinco (5). En este caso se resalta el comportamiento atípico que se visualiza en el departamento del Vaupés (ver Imagen 17) y en el departamento de Córdoba; en el primero se registran temperaturas extremas mínimas de valores más bajos que las de la región que lo rodea, en el caso de Córdoba, los extremos registrados de temperatura mínima no varían tanto con respecto al valor medio.

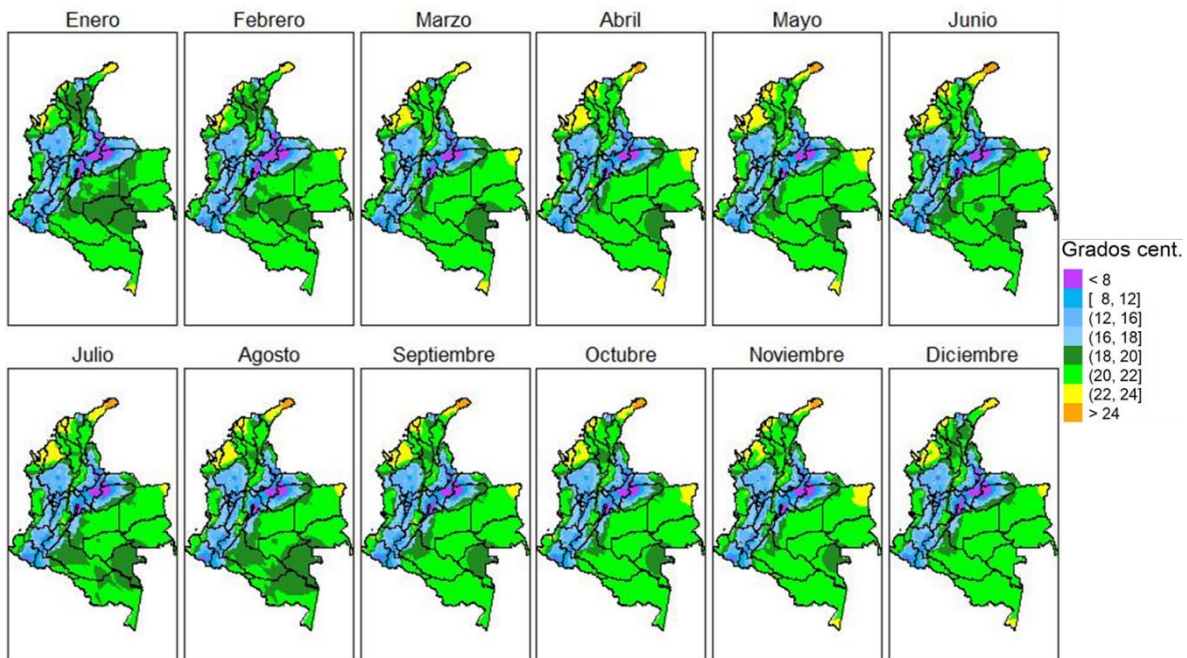


Imagen 17. Mapas del percentil 5 de temperatura mínima de cada mes.

Con base en los periodos de retorno calculados, se presenta la Imagen 18, donde se observa que la probabilidad de ocurrencia de extremos de temperatura mínima es muy variable geográfica y estacionalmente.

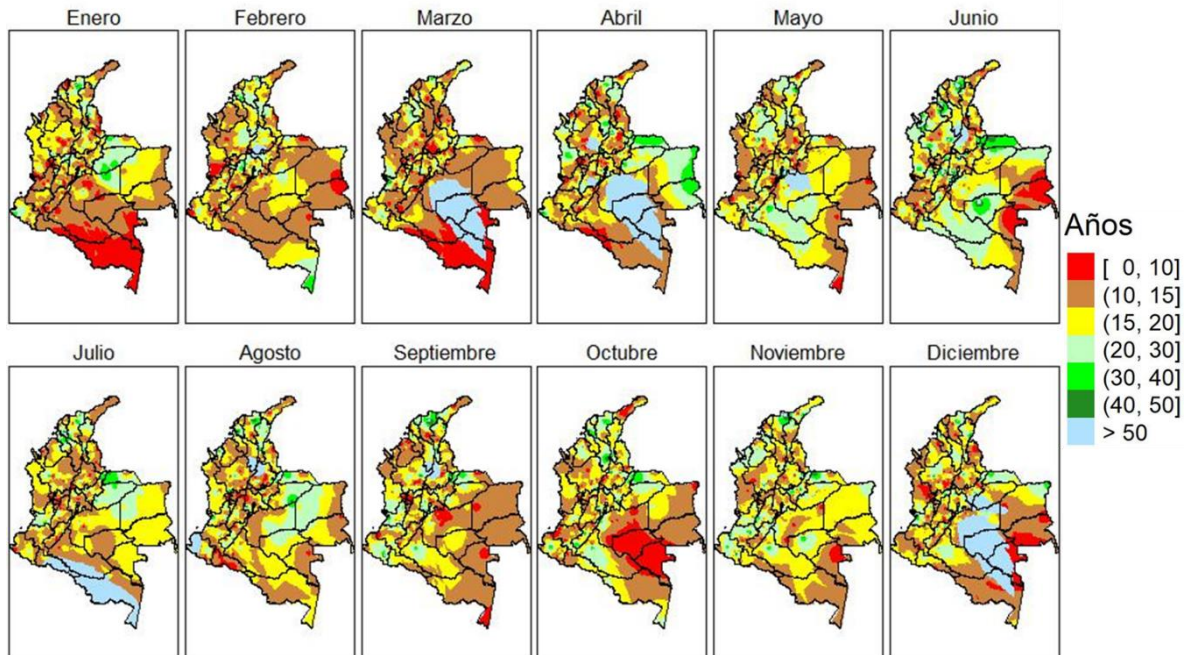


Imagen 18. Mapas de periodos de retorno del percentil 5 de temperatura mínima según mes.

De nuevo, se evidencia que, en el periodo de 50 años, los eventos extremos de temperatura mínima proyectados están por debajo de los registros climatológicos.

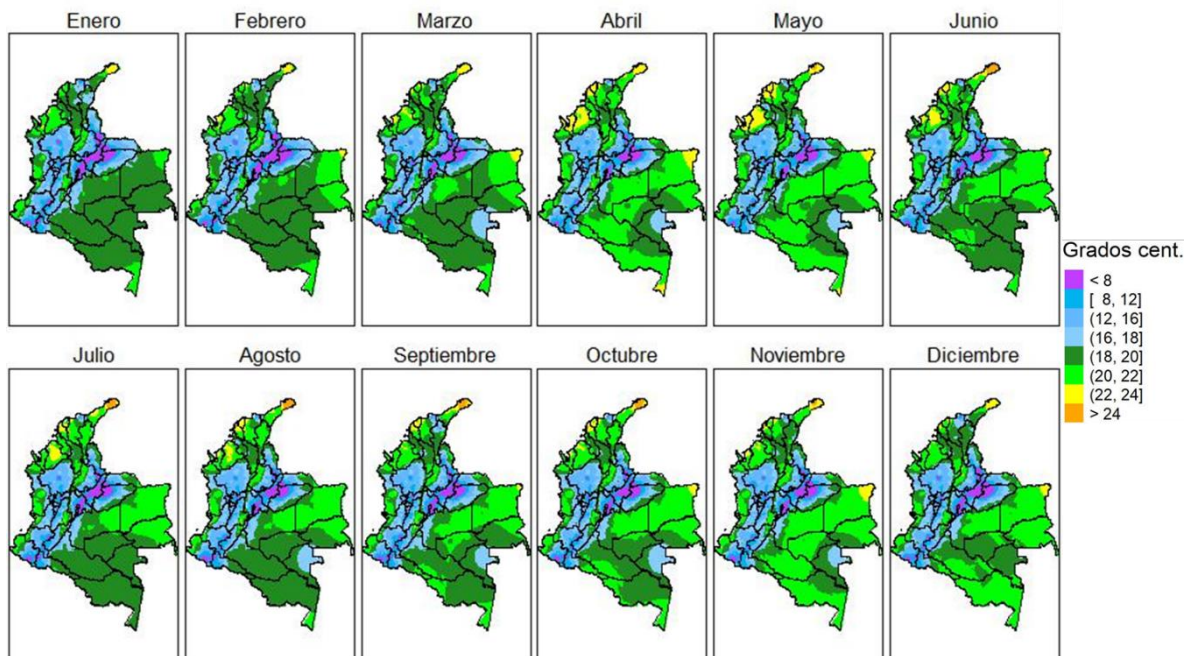


Imagen 19. Niveles de retorno, eventos extremos de temperatura mínima para 50 años.

En el caso de los promedios anuales, prevalece lo observado en la escala mensual respecto a los comportamientos observados en los departamentos de Vaupés y Córdoba.

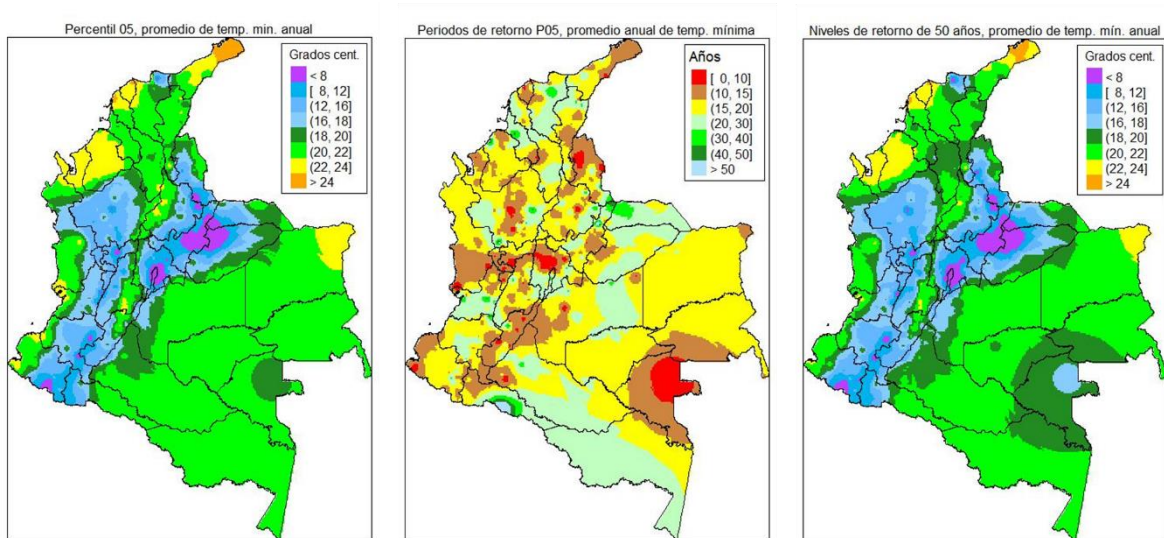


Imagen 20. Mapas de percentil 5 (izquierda), periodos de retorno de percentil 95 (centro) y niveles de retorno para 50 años (derecha), temperatura mínima.

5. Conclusiones

Con base en el ajuste de funciones de distribución, se evidenció, que las variables precipitación y temperatura mínima se ajustan mejor a distribuciones con características asimétricas, mientras que en las variables temperatura máxima, media y número de días con lluvias, sus distribuciones empíricas se asociaron más a la distribución Normal.

Con el uso de categorías de normalidad basadas en percentiles, se permite detectar más eficientemente las variaciones de las variables de estudio sin importar la localización geográfica o la escala temporal analizada, contrario a lo ocurrido con las categorías fijas utilizadas actualmente, ya que debido a su amplitud pueden invisibilizar los cambios en estaciones donde las varianzas de los fenómenos climatológicos son pequeñas.

Los periodos de retorno de los niveles de precipitación, temperatura mínima y temperatura máxima, asociados al percentil 95 de las series climatológicas tienen alta probabilidad de ocurrencia en el periodo 2.011 – 2.030.

Según las proyecciones realizadas, las magnitudes de los eventos extremos cada vez serán más severas.

6. Recomendaciones

Se recomienda el uso de la mediana como valor que describe la Normal Climatológica en el caso de las variables precipitación y temperatura mínima. En el caso de las variables temperatura máxima, media y número de días con lluvias el uso del promedio y de la mediana es invariante como estimador del valor normal, sin embargo, se debe recordar que el promedio es afectado por los registros atípicos de eventos extremos. Se debe evaluar la posibilidad de que el IDEAM presente como producto paralelo a la información climatológica basada en el promedio, la información climatológica basada en la mediana.

Para la evaluación del comportamiento climatológico se recomienda que el uso de las categorías de normalidad basadas en los percentiles sea complementario a los productos actuales basados en el índice de precipitación y las anomalías de temperatura.

Los análisis de eventos extremos en este documento fueron realizados con la información del periodo climatológico 1981 – 2010 a nivel país, por lo tanto, se recomienda realizar análisis más detallados de forma regional y con series de estaciones que proporcionen información más reciente.

7. Anexos

Anexo A. Climatología promedio y climatología mediana.

En este anexo se presenta la comparación entre las climatologías mensuales de precipitación estimadas mediante el cálculo del promedio aritmético y mediana, con este objetivo se construyen los mapas con la información de las 1.052 estaciones basados en el método de interpolación de ponderación por el inverso de la distancia (IDW, por sus siglas en inglés), tomando como referencia las siete (7) observaciones más cercanas. Los mapas se presentan con la categorización de los mapas oficiales del IDEAM, sin embargo, en los mapas de escala continua se pueden visualizar algunas diferencias que la categorización no permite observar. En general se encuentra que las regiones donde hay diferencias es porque el valor promedio está por encima del valor de la mediana.

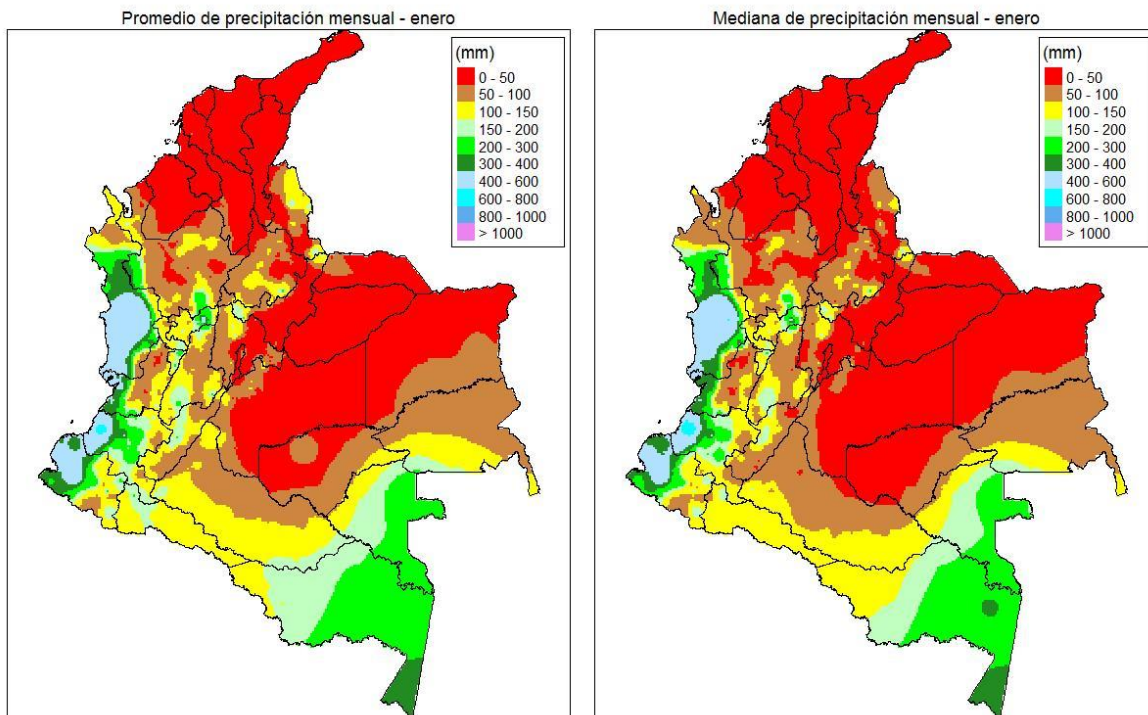


Imagen 21. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

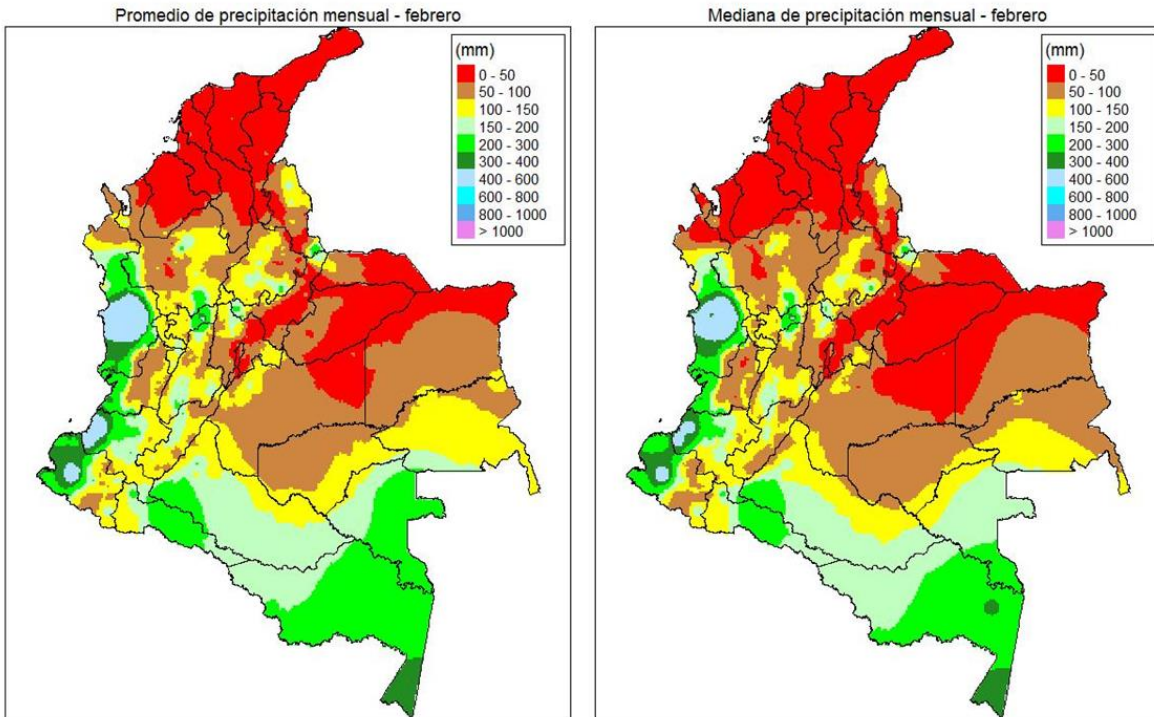


Imagen 22. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

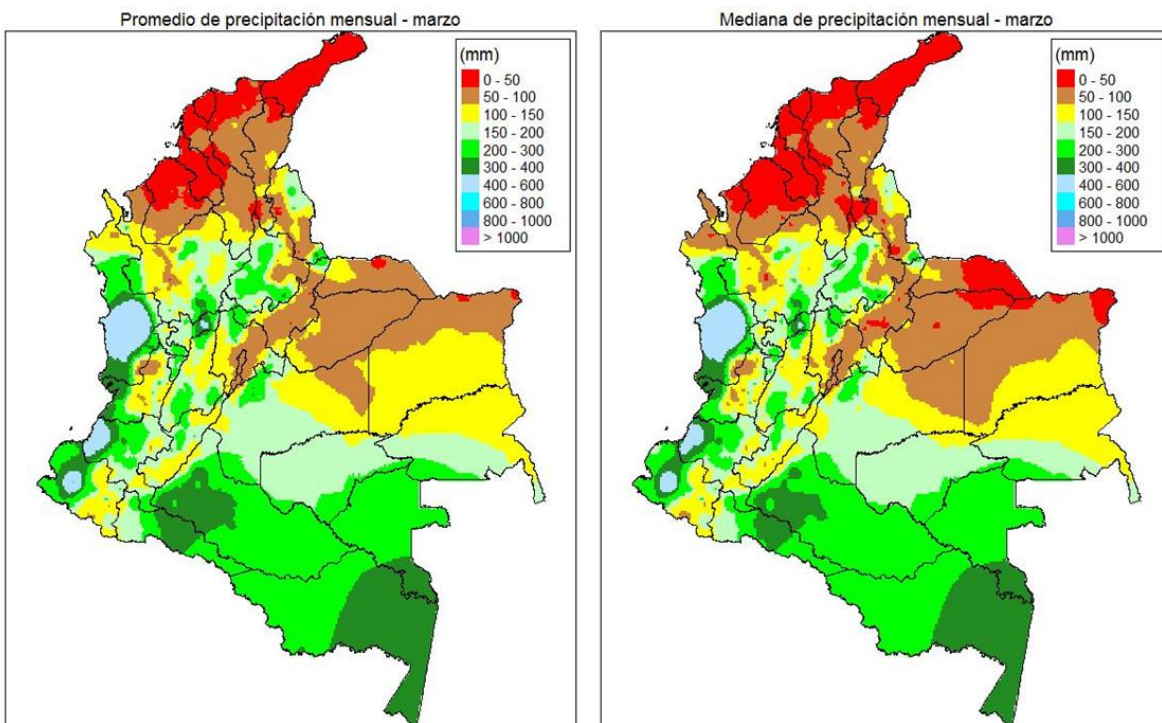


Imagen 23. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

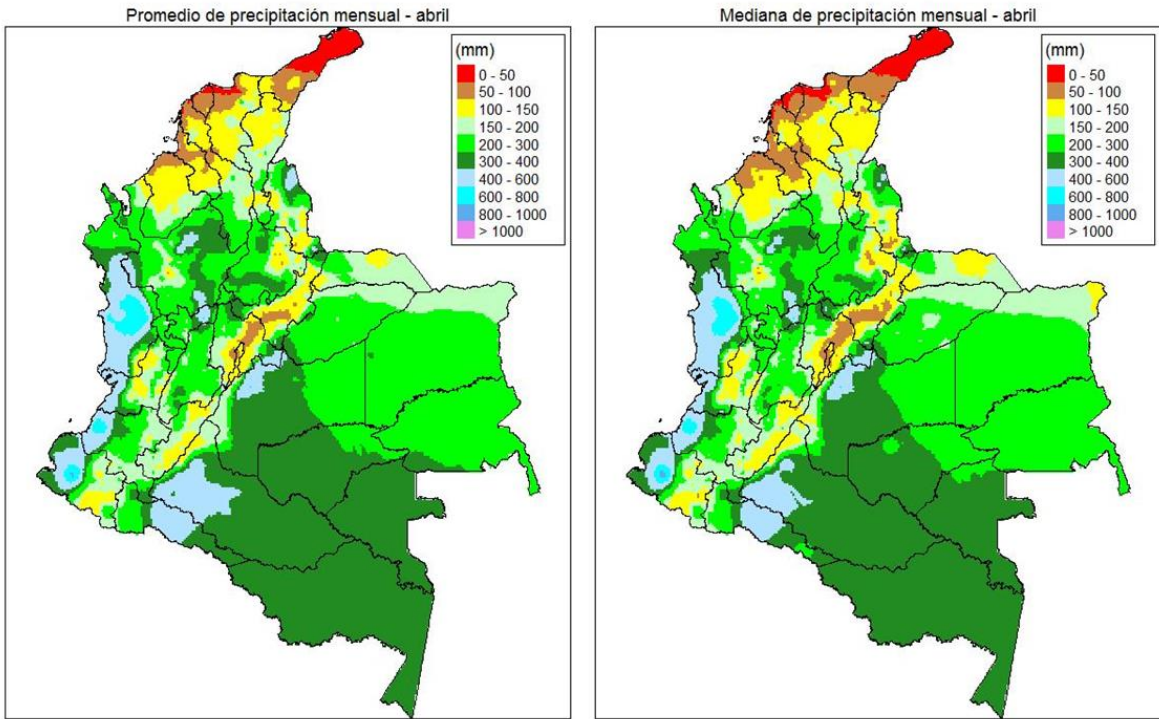


Imagen 24. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

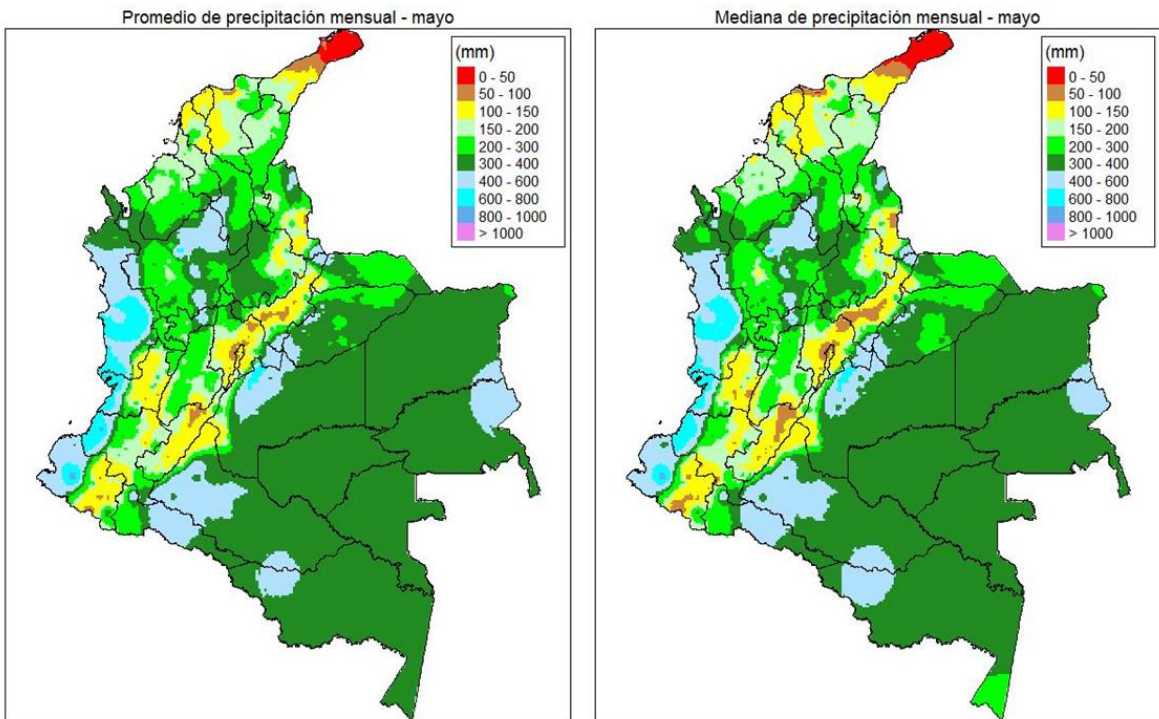


Imagen 25. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

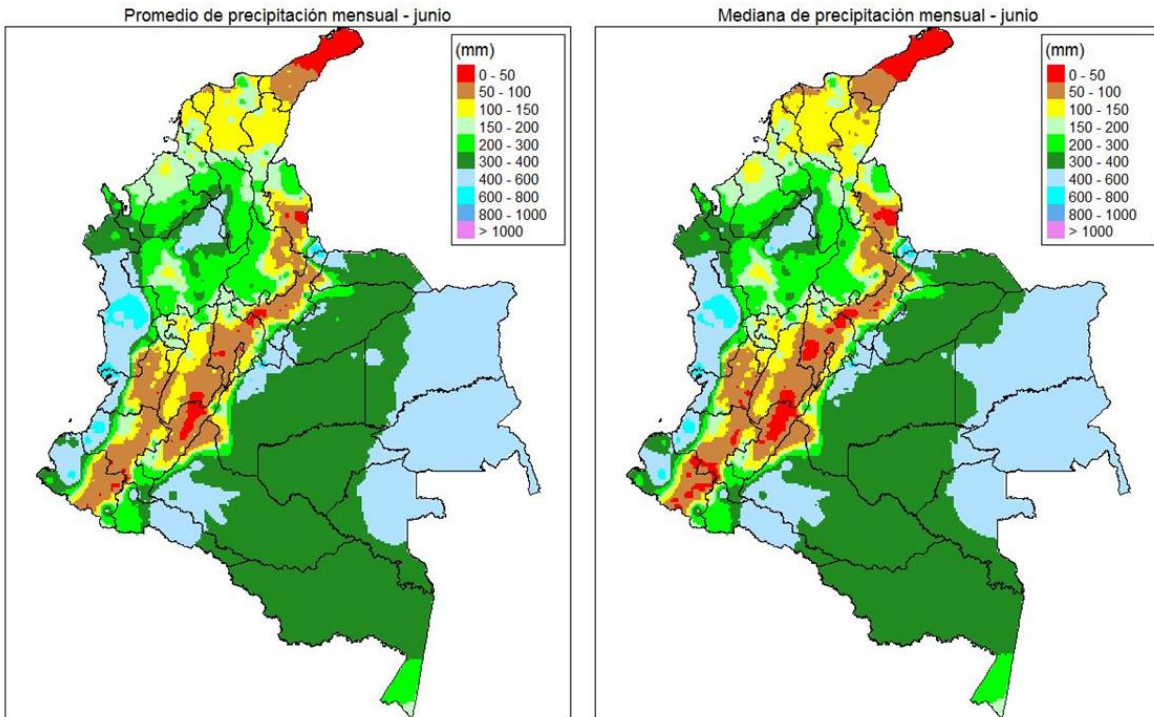


Imagen 26. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

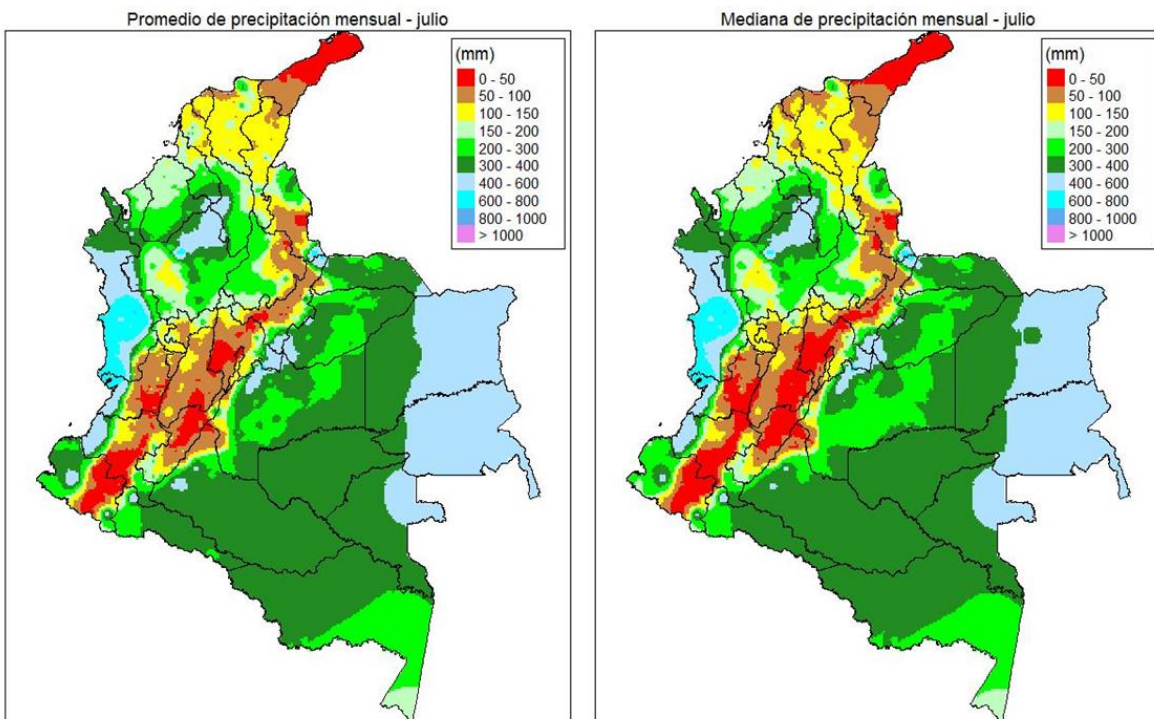


Imagen 27. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

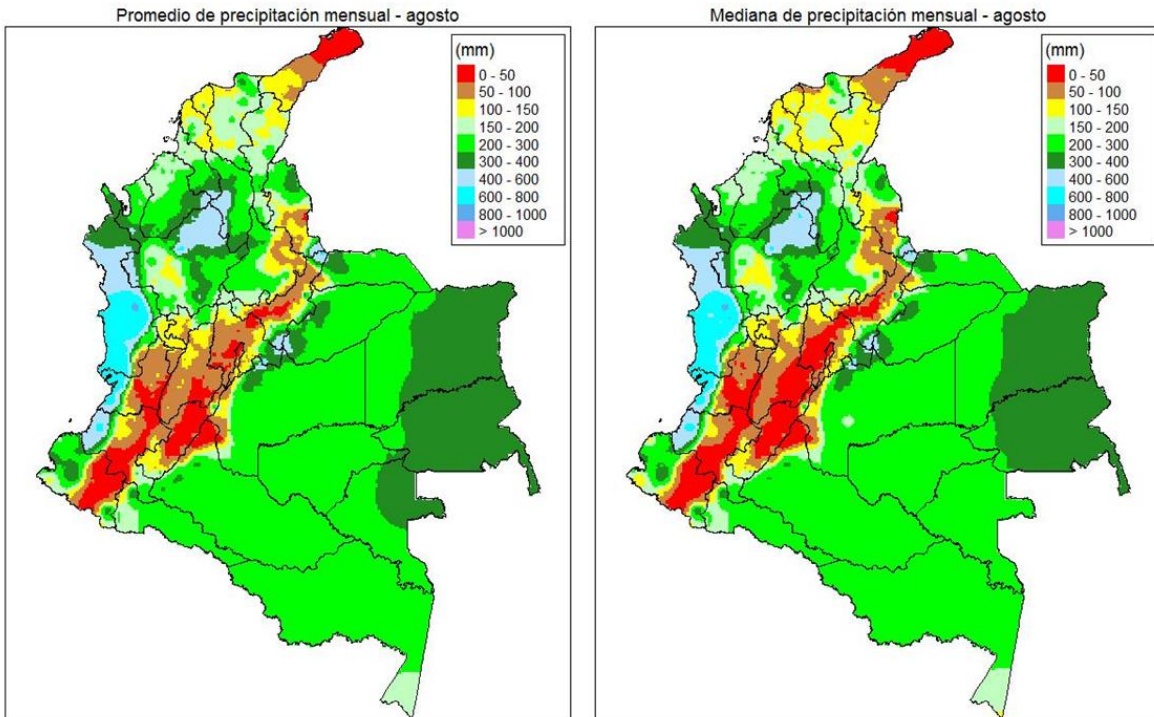


Imagen 28. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

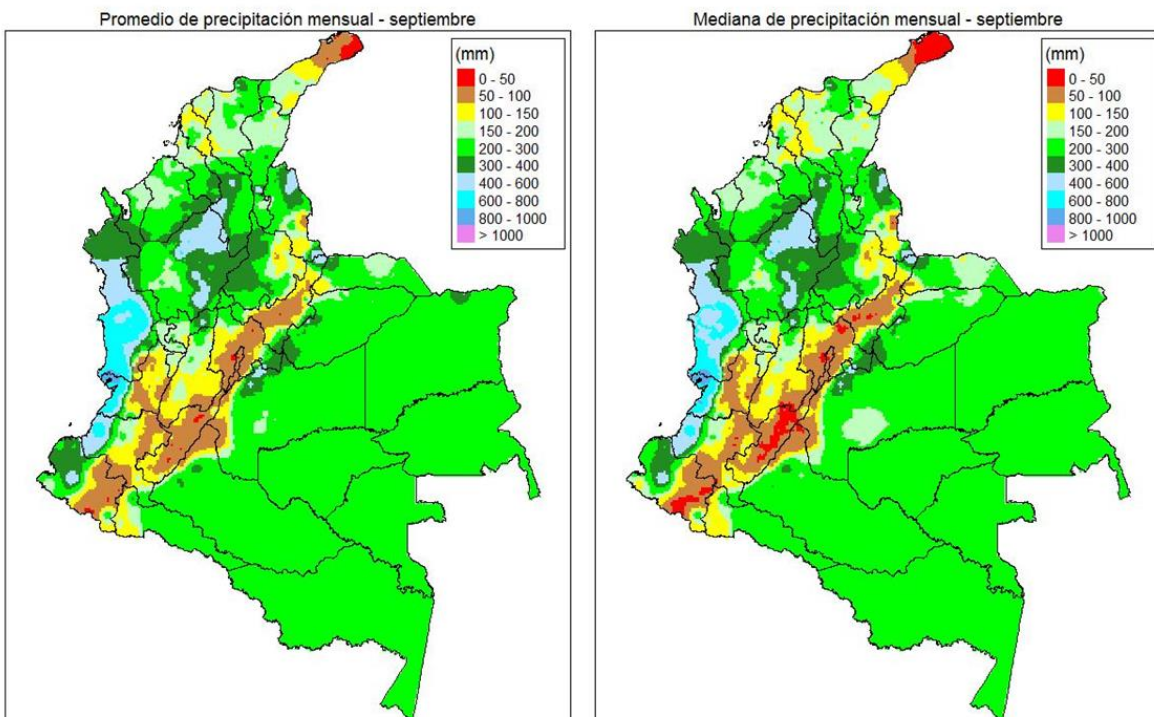


Imagen 29. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

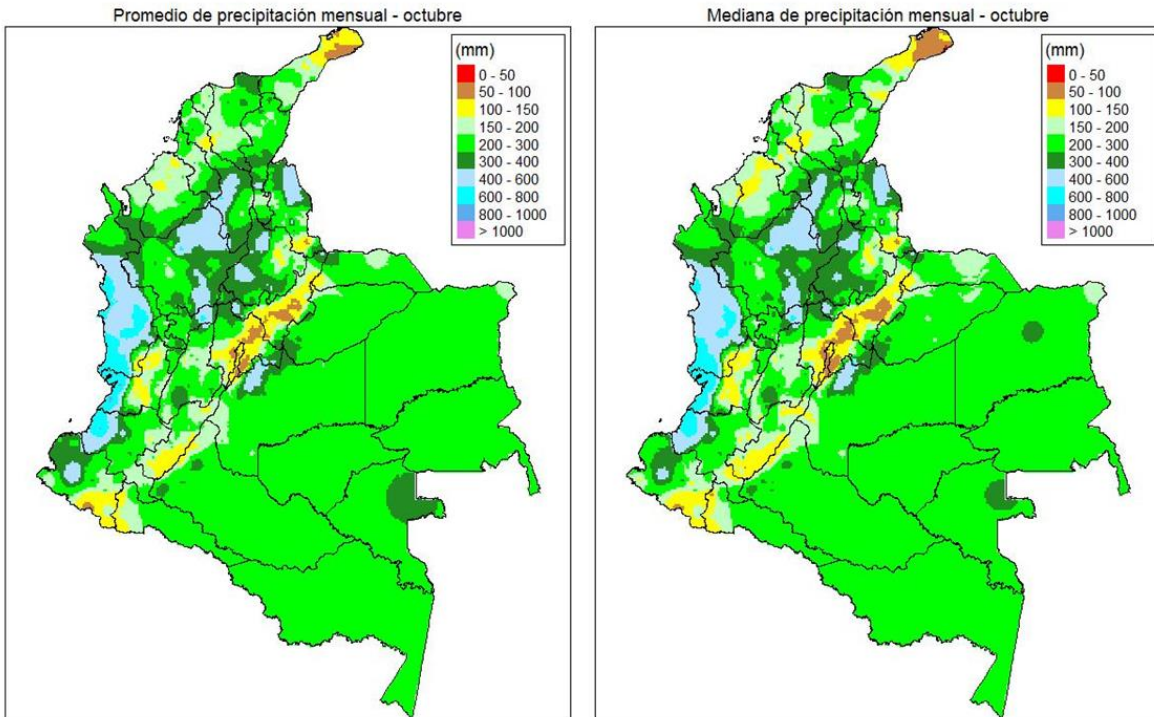


Imagen 30. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

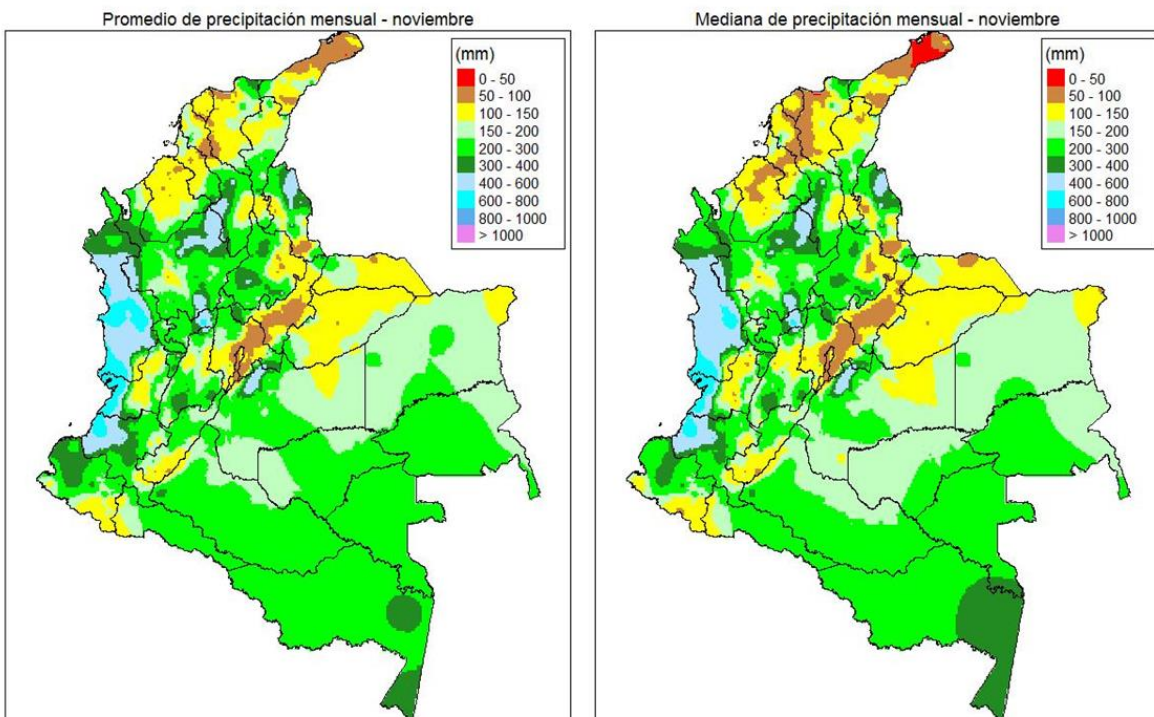


Imagen 31. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

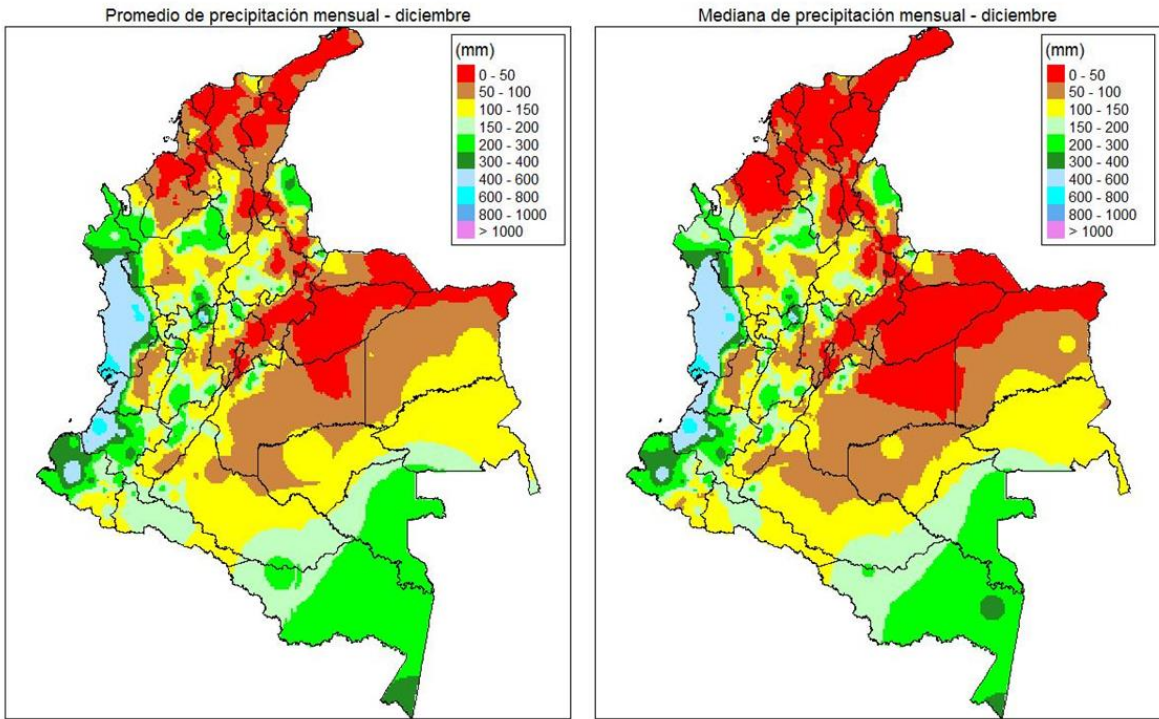


Imagen 32. Mapas climatológicos de enero, promedio (izquierda) y mediana (derecha).

8. Referencias

- Corzo, J. A. (2005). *Notas de clase. Estadística no paramétrica (Métodos basados en rangos)*. Univ. Nacional de Colombia.
- Guzmán, D., Ruíz, J. F., y Cadena, M. (2014). Regionalización de Colombia según la estacionalidad de la precipitación media mensual, a través de análisis de componentes principales (ACP). *Nota Técnica IDEAM, METEO*, 54.
- Hallett, J. (2002). Climate change 2001: The scientific basis. Edited by JT Houghton, Y. Ding, DJ Griggs, N. Noguer, PJ van der Linden, D. Xiaosu, K. Maskell and CA Johnson. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Clim. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society: A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography*, 128(581), 1038–1039.
- Husak, G. J., Michaelsen, J., y Funk, C. (2007). Use of the gamma distribution to represent monthly rainfall in Africa for drought monitoring applications, 944(December 2006), 935–944. <https://doi.org/10.1002/joc>
- IPCC. (2012). *Managing the Risks of Extreme Events and Disasters to Advance Climate Change Adaptation. A Special Report of Working Groups I and II of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. (C. B. Field, V. Barros, T. F. Stocker, D. Qin, D. J. Dokken, K. L. Ebi, ... P. M. Midgley, Eds.). Cambridge, UK, and New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- Jones, P. D., Trenberth, K. E., Ambenje, P., Bojariu, R., Easterling, D., Klein, T., ... Soden, B. (2007). Observations: surface and atmospheric climate change. En S. Solomon, D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K. B. Averyt, ... H. L. Miller (Eds.), *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (pp. 235–336). United Kingdom and New York, NY, USA.: Cambridge University Press, Cambridge.
- Montealegre, J. E. (2009). Estudio de la variabilidad climática de la precipitación en Colombia asociada a procesos oceánicos y atmosféricos de meso y gran escala. *Nota Técnica IDEAM, METEO*(022-2009), 54.
- Negri, D. H., Gollehon, N. R., y Aillery, M. P. (2005). The effects of climatic variability on US irrigation adoption. *Climatic Change*, 69(2–3), 299–323. <https://doi.org/10.1007/s10584-005-1817-6>
- Sánchez, I., Rojas, A., Montealegre, E., Ruiz, F., Hurtado, G., Martínez, M. T., y González, O. (2014). Determinación de un rango normal para la precipitación - análisis comparativo entre los umbrales de normalidad (80 - 120%) y (90 - 110%). *Nota Técnica IDEAM, METEO*(001-14), 11.
- Silva, J. C., Heldwein, A. B., Martins, F. B., Trentin, G., y Grimm, E. L. (2007). Análise de distribuição de chuva para Santa Maria , RS Analysis of rainfall distribution for Santa Maria , RS , Brazil, (55), 67–72.

- Vergni, L., Di Lena, B., Todisco, F., y Mannocchi, F. (2017). Uncertainty in drought monitoring by the Standardized Precipitation Index: the case study of the Abruzzo region (central Italy). *Theoretical and Applied Climatology*, 128(1–2), 13–26. <https://doi.org/10.1007/s00704-015-1685-6>
- Wilks, D. S. (2011). *Statistical methods in the atmospheric sciences* (3a ed.). Academic press.
- Worthy, R. W., Clarke, J. H., y Abkowitz, M. D. (2013). Near-surface disposal performance assessment: Modeling monthly precipitation and temperature in various climate environments. *Remediation Journal*, 23(4), 99–108.